

**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**

**MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**UM ALGORITMO AUTODIDATA CONCORRENTE  
PARA ADAPTAÇÃO DO DFE**

**Rita Soares**

**Orientadora: Profa. Dra. Maria D. Miranda**

Dissertação de Mestrado apresentada  
ao Curso de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica, como parte das  
exigências para obtenção do Grau de  
Mestre

São Paulo  
2004

# Agradecimentos

À amiga e orientadora Maria D. Miranda pela sua dedicação e permanente apoio aos seus alunos em um exemplo que eu gostaria de estar apta a seguir.

Ao amigo Magno Teófilo Madeira da Silva pela dedicação, paciência e esclarecimentos sobre o equalizador com realimentação de decisão nos quais se baseou este trabalho.

À minha família pela compreensão pelo tempo despendido neste estudo.

Aos meus amigos pelo incentivo e aos colegas de trabalho da Iqara Telecom pelo apoio nesta jornada.

À CAPES pelo apoio financeiro a este projeto.

# Resumo

Os equalizadores adaptativos vêm sendo amplamente utilizados nos sistemas de comunicação atuais. Uma solução não-linear explorada na literatura é baseada no equalizador que utiliza realimentação de decisões passadas, conhecido como DFE - *Decision Feedback Equalizer*. A estrutura do DFE é computacionalmente mais simples, exigindo muitas vezes um menor número de coeficientes que o LTE - *Linear Transversal Equalizer*. Em geral o DFE apresenta bom desempenho em ambientes difíceis de equalizar como em canais com resposta ao pulso unitário longa, com fase não-mínima, nulos espectrais ou mesmo não-linearidades. Conseqüentemente, ele é bastante utilizado na prática, principalmente em sistemas de TV digital. Além disso, em muitas situações tem-se a necessidade de se usar a equalização autodidata. Neste caso se utiliza o algoritmo baseado no critério de Módulo Constante conhecido como CMA - *Constant Modulus Algorithn*. O DFE treinado com o CMA pode convergir para soluções em que a saída independe da entrada, ou seja, soluções degeneradas. Diante desse problema, restrições nos filtros direto e de realimentação foram inseridas na função custo de Godard. O algoritmo resultante desse critério foi denominado DFE-CMA-FB. Considerando a adaptação autodidata do LTE, De Castro *et al.* propuseram a operação do algoritmo *Decision-Direct* (DD) concorrentemente com o CMA. Baseando-se nessa idéia, Chen propôs uma modificação no esquema considerando uma adaptação concorrente com Decisão Direta Suave (SDD - *Soft Decision-Direct*). Esse algoritmo apresenta um menor esforço computacional e uma convergência mais rápida que o CMA+DD. Inspirando-se nesses resultados é proposta uma combinação do algoritmo DFE-CMA-FB com o algoritmo SDD para adaptação conjunta dos filtros diretos e de realimentação para constelação  $M$ -QAM. Além de evitar soluções degeneradas, o algoritmo resultante apresenta um desempenho superior ao do DFE-CMA-FB.

# Abstract

Adaptive equalizers play an important role in digital communication systems. A non-linear solution is based on the Decision Feedback Equalizer (DFE). It reduces the effect of intersymbol interference, holding a more favorable compromise between computational complexity and efficient behavior than the Linear Transversal Equalizer (LTE). DFE also presents good performance in difficult environments as, for example, channels with long and sparse impulse response, non-minimum phase, spectral nulls or non-linearities. Thus, it is widely used in high definition television (HDTV) systems. When blind adaptation of DFEs is required, algorithms based on the constant modulus criterion may converge to so-called degenerative solutions. In this scenario, it was proposed a new criterion for reliable detection of these undesirable solutions. This criterion is based on the Godard cost function with constraint on the feedforward and feedback filters and is minimized by a stochastic algorithm called DFE-CMA-FB (DFE Constant Modulus Algorithm with Feedback). In the context of blind adaptation of LTE, De Castro *et al.* proposed to operate a Decision-Direct (DD) algorithm concurrently with CMA (Constant Modulus Algorithm) for  $M$ -QAM ( $M$ -Quadrature Amplitude Modulation) signaling. At the cost of a moderate increase in computational complexity, CMA+DD presents a great improvement in equalization performance over CMA. After that, Chen proposed a modification on this scheme based on a novel soft decision-direct (SDD) adaptation. The CMA+SDD has lower computational complexity and faster convergence rate than CMA+DD. Inspired by these results, it is proposed a combination of DFE-CMA-FB with SDD algorithm for joint adaptation of feedforward and feedback filters. The resulting algorithm, beyond avoiding degenerative solutions, outperforms DFE-CMA-FB.

# Sumário

Lista de abreviaturas . . . . .	vi
Lista de símbolos . . . . .	vii
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Formulação do problema</b>	<b>6</b>
2.1 O equalizador linear transversal . . . . .	6
2.2 O equalizador com realimentação de decisões . . . . .	10
<b>3 A equalização supervisionada</b>	<b>13</b>
3.1 A solução de Wiener . . . . .	13
3.1.1 A solução de Wiener para o LTE . . . . .	14
3.1.2 Solução de Wiener para o DFE . . . . .	14
3.2 O Algoritmo do Gradiente Exato . . . . .	15
3.3 O Algoritmo LMS . . . . .	16
3.4 Resultados Experimentais . . . . .	17
<b>4 O Algoritmo do Módulo Constante para adaptação do LTE e do DFE</b>	<b>28</b>
4.1 O algoritmo do Módulo Constante . . . . .	28
4.2 O Algoritmo que Evita Soluções Degeneradas . . . . .	30
4.3 O Problema de rotação de fase . . . . .	33
4.4 Resultados Experimentais . . . . .	34
<b>5 Algoritmos concorrentes para adaptação do LTE e do DFE</b>	<b>37</b>
5.1 O Algoritmo Concorrente de Chen . . . . .	37
5.1.1 O Algoritmo de Decisão Direta Suave . . . . .	37

5.1.2	O Algoritmo CMA+SDD . . . . .	40
5.2	O algoritmo Proposto . . . . .	42
5.3	Resultados Experimentais . . . . .	44
5.3.1	Simulações com o LTE . . . . .	44
5.3.2	Simulações com o DFE . . . . .	46
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>51</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>54</b>

# Lista de abreviaturas

AWGN	Additive White Gaussian Noise (Ruído Gaussiano branco e aditivo)
CMA	Constant Modulus Algorithm (Algoritmo do Módulo Constante)
DD	Decision-Direct (Decisão Direta)
DFE	Decision Feedback Equalizer
DFE-CMA-FB	Decision Feedback Equalizer-Constant Modulus Algorithm with Feedback
f.d.p.	função densidade de probabilidade
FIR	Finite Impulse Response (Resposta ao pulso unitário finita)
HDTV	High Definition Television (TV de alta definição)
i.i.d.	independente e identicamente distribuída
ISI	Intersymbol Interference (Interferência intersimbólica)
LMS	Least Mean Square
LTE	Linear Transversal Equalizer (Equalizador linear transversal)
MSE	Mean Square Error (Erro quadrático médio)
NDEG-SDD-CMA	Non-Degenerate Soft Decision Directed Constant Modulus Algorithm (Algoritmo do Módulo Constante com Decisão Direta Suave Não-Degenerado)
PAM	Pulse Amplitude Modulation
PTA	Phase Tracking Algorithm
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
SDD	Soft Decision-Direct (Decisão Direta Suave)
SER	Symbol Error Rate (Taxa de erro de símbolo)
SNR	Signal-to-Noise Ratio (Relação sinal-ruído)
SPE	Sem Propagação de Erros

# Lista de símbolos

$n$	instante de tempo
$H(z)$	função de transferência do canal
$h_k$	$k$ -ésima amostra da resposta ao pulso unitário do canal
$a$	símbolo transmitido
$\hat{a}$	estimativa do símbolo transmitido
$x$	sinal de saída do canal sem ruído
$\sigma_a^2$	variância do sinal transmitido
$\eta$	ruído branco Gaussiano
$u$	sinal de entrada do receptor
$\sigma_u^2$	variância do sinal de entrada do receptor
$y$	sinal de saída do equalizador
$y_f$	sinal de saída do filtro direto do DFE
$y_b$	sinal de saída do filtro de realimentação do DFE
$M$	número de entradas do equalizador número de símbolos da constelação $M$ -QAM
$M_f$	número de entradas do filtro direto do DFE
$M_b$	número de entradas do filtro de realimentação do DFE
$N$	número de coeficientes do canal
$\Delta$	atraso em número de amostras
$\mathbf{w}$	vetor de coeficientes
$\mathbf{w}_c$	vetor de coeficientes adaptado pelo CMA
$\mathbf{w}_d$	vetor de coeficientes adaptado pelo algoritmo SDD
$\mathbf{w}^H$	hermitiano (transposto do complexo conjugado) do vetor $\mathbf{w}$
$\mathbf{w}^*$	complexo conjugado do vetor $\mathbf{w}$

$\mathbf{w}^T$	transposto do vetor $\mathbf{w}$
$\mu, \mu_c, \mu_d$	passos de adaptação
$d$	sinal desejado
$\mathbf{R}$	matriz de autocorrelação
$E[\cdot]$	operador esperança
$J_{MSE}$	função custo do erro quadrático médio
$J_G$	função custo de Godard
$J_{MAP}$	função custo da probabilidade máxima <i>a posteriori</i>
$\lambda$	multiplicador de Lagrange
$\alpha$	fator de esquecimento
$\tau_{\max}$	autovalor máximo da matriz de autocorrelação
$A_i$	região do plano complexo contendo quatro símbolos
$a_{im}$	símbolo pertencente à região $A_i$
$p(y)$	função densidade de probabilidade (f.d.p.) de $y$
$\hat{p}(y)$	aproximação local para a f.d.p. de $y$
$\xi$	erro do algoritmo SDD
$\nu$	ruído AWGN presente na saída do equalizador
$\rho$	variância de $\nu$
$\tilde{\rho}$	“estimativa” de $\rho$ (valor escolhido no algoritmo SDD)

# Capítulo 1

## Introdução

A comunicação entre dois pontos pode ser representada por uma via fim-a-fim. No destino final o sinal transmitido deve ser recuperado com o mesmo significado original independentemente do meio de transmissão usado (PROAKIS, 1996). Para possibilitar a recuperação do sinal originalmente transmitido, são implementadas funções, tanto no transmissor como no receptor. Estas funções permitem tratar a informação de forma a minimizar um determinado erro mantendo a integridade do seu significado. Usualmente o erro é definido como a diferença entre o sinal transmitido e o sinal recuperado no receptor.

Um sistema de comunicação pode ser descrito pelo modelo da Figura 1.1. Uma seqüência de símbolos  $a(n)$  é transmitida através de um canal de comunicação que fornece em sua saída uma versão distorcida da mesma. O bloco *canal* representa não só o canal físico de transmissão mas também o sistema de transmissão/modulação e o sistema de recepção/demodulação efetivamente presentes em qualquer sistema de comunicação prático. O sinal recebido  $u(n) = x(n) + \eta(n)$  consiste do sinal de saída do canal  $x(n)$  acrescido do ruído aditivo, branco, Gaussiano e de média zero,  $\eta(n)$ , denominado AWGN (*Additive White Gaussian Noise*). Este sinal é aplicado ao equalizador que deve fornecer uma estimativa da seqüência de símbolos originalmente transmitida.

Na maioria das aplicações, as distorções introduzidas por um canal são bem modeladas por um filtro FIR (*Finite Impulse Response*) com função de transferência

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k z^{-k}, \quad (1.1)$$

sendo  $N$  o comprimento da resposta ao pulso unitário do canal e  $h_k$  os coeficientes do

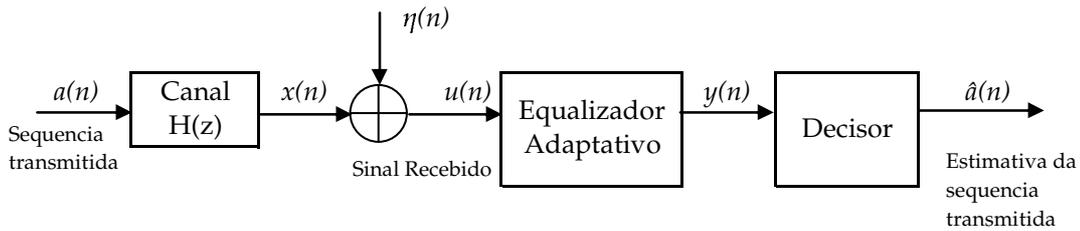


Figura 1.1: Modelo de sistema de comunicação de tempo discreto

mesmo. A saída do canal é representada pela convolução entre a resposta ao pulso do canal e a seqüência transmitida, somada a um ruído, ou seja,

$$u(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k a(n-k) + \eta(n). \quad (1.2)$$

Considera-se  $\{a(n)\}$  como uma seqüência i.i.d, isto é, independente e identicamente distribuída. Com essa representação os seguintes aspectos podem ser considerados:

- A interferência intersimbólica (ISI - *Intersymbol Interference*) decorrente da distorção causada pela sobreposição de símbolos recebidos. Considerando o modelo linear apresentado, o efeito da ISI é representado pela convolução do sinal transmitido com a resposta ao pulso unitário do canal. O equalizador deve realizar a operação inversa, ou seja, uma desconvolução (HAYKIN, 2002). Desta forma, ele deve ser projetado para que a combinação da sua resposta ao pulso unitário com a do canal esteja próxima de um simples atraso (HAYKIN, 2002; SAYED, 2003);
- A presença de ruído na entrada do receptor, que afeta o desempenho do equalizador (PROAKIS, 1996);
- O modelo do canal. Exemplificando, muitas vezes obtém-se do processo de modelagem canais de fase não-mínima e/ou canais não-lineares, o que dificulta a equalização. Além disso, os canais são muitas vezes variantes no tempo, como é o caso de canais com desvanecimento (*fading*) (KECHRIOTIS et al., 1992; PROAKIS, 1996).

Considerando inicialmente a equalização de um canal fixo, não-variante no tempo, é usual utilizar diferentes critérios para se obter equalizadores ótimos (SILVA, 2001):

- Critérios que minimizam momentos de 2ª ordem, como o que minimiza o erro quadrático médio. Este critério leva à solução de Wiener que é uma solução ótima linear (WIDROW & STEARNS, 1985). A implementação da solução exata ou solução aproximada é usualmente feita com filtro linear transversal. Particularmente, no caso da equalização, essa estrutura é conhecida como LTE - *Linear Transversal Equalizer* (HAYKIN, 2002);
- Critérios originários da teoria da informação como o da máxima verossimilhança (PROAKIS, 1996). Esse critério leva à solução proposta por Forney (1972). Neste caso, uma abordagem mais complexa para a equalização é feita através do algoritmo de Viterbi, que explora o mapeamento entre as seqüências transmitidas e recebidas. Esse método necessita do conhecimento do modelo do canal e sua complexidade computacional cresce exponencialmente com o número de coeficientes da resposta ao pulso unitário do mesmo (SILVA, 2001). Por esses motivos, tal critério torna-se inviável em muitas aplicações práticas;
- Critério de Bayes. Este método, também conhecido como MAP (*Maximum a Posteriori Probability*), trata o equalizador como um classificador (PROAKIS, 1996). A minimização da probabilidade de erro dos símbolos recebidos consiste na determinação do símbolo que maximiza a probabilidade *a posteriori*. No entanto, novamente faz-se necessário o conhecimento prévio do canal. Detalhes de implementação desse método podem ser encontrados na referência (MULGREW, 1996).

O critério de minimização do erro quadrático tem baixa complexidade computacional mas apresenta um desempenho insatisfatório em alguns casos. Isso acontece, por exemplo, quando o canal é de fase não-mínima, não-linear e/ou possui nulos espectrais (KECHRITIS et al., 1992; PROAKIS, 1996). Nesses casos a solução ótima é não-linear e pode ser obtida utilizando os critérios de máxima verossimilhança e/ou de Bayes. No entanto, esses critérios apresentam limitações e diante disso, há muitos estudos para se obter uma solução menos complexa que ainda esteja próxima da solução ótima (AMARI & CICHOCKI, 1998; BORYS, 2001; SILVA, 2001).

Uma solução não-linear explorada na literatura é baseada no equalizador que utiliza realimentação de decisões passadas também conhecido como DFE (*Decision Feedback Equalizer*).

---

A estrutura do DFE é computacionalmente mais simples, exigindo muitas vezes um menor número de coeficientes que o LTE (*Linear Transversal Equalizer*) para cancelamento da ISI (SAYED, 2003). Em muitos casos, o DFE apresenta uma solução que atende aos requisitos da equalização sem necessitar um elevado esforço computacional. Ele tem um bom desempenho em ambientes difíceis de equalizar como, por exemplo, em canais com resposta ao pulso unitário longa, com fase não-mínima, nulos espectrais ou mesmo não-linearidades (SZCZECINSKI & GEI, 2002). Conseqüentemente, o DFE é bastante utilizado na prática, como pode ser observado nos padrões atuais de TV digital (GHOSH, 1998). Entretanto, por sua natureza recursiva, um dos maiores problemas do DFE é a propagação de erros devido às decisões incorretas (QUERESHI, 1985).

A adaptação do DFE pode ser feita de forma supervisionada ou autodidata. Na equalização supervisionada deve-se enviar uma seqüência de treinamento conhecida *a priori* pelo receptor. No entanto, em muitas situações práticas o envio dessa seqüência pode ser inviável (HAYKIN, 2002). Desta forma, tem-se a necessidade de se usar a equalização autodidata (*blind equalization*) na qual é usual considerar algoritmos baseados no critério de Módulo Constante, como por exemplo o CMA (*Constant Modulus Algorithm*) proposto por Godard (1980). O DFE também pode ser utilizado em equalização autodidata com o CMA. Apesar de ser atrativo, devido à sua facilidade de implementação, o CMA pode convergir para as denominadas soluções degeneradas, em que o sinal de saída do DFE passa a ser independente de sua entrada (SZCZECINSKI & GEI, 2002). Diante desse problema, Szczecinski e Gei (2002) propuseram um novo critério de detecção confiável de soluções degeneradas. Esse critério é baseado na função custo de Godard com restrições na adaptação dos filtros direto e de realimentação.

Considerando a adaptação autodidata do equalizador linear transversal (LTE), recentemente foi proposta a operação do algoritmo de Decisão-Direta (DD) concorrentemente com o Algoritmo de Módulo Constante (CMA) denominado CMA+DD para constelação  $M$ -QAM (DE CASTRO et al., 2001). Este esquema apresenta um desempenho superior ao do CMA. Baseado nessa idéia, Chen (2003) propôs uma modificação nesse esquema considerando uma adaptação concorrente com decisão direta suave (SDD - *Soft Decision-Direct*) que tem um menor esforço computacional e uma convergência mais rápida que o CMA+DD.

## Contribuições desta Dissertação

Considerando que os algoritmos concorrentes têm um melhor desempenho do que os algoritmos não-concorrentes para equalização linear, espera-se que estes algoritmos quando aplicados ao DFE possam melhorar seu desempenho. Assim, combinando o algoritmo de (SZCZECINSKI & GEI, 2002) com o de (CHEN, 2003), um novo algoritmo denominado NDED-SDD-CMA (*Non-Degenerate Soft Decision-Directed Constant Modulus Algorithm*) é proposto para adaptação conjunta dos filtros direto e de realimentação do DFE considerando sinalização  $M$ -QAM. Este algoritmo além de evitar soluções degeneradas também apresenta um melhor desempenho que aquele proposto em (SZCZECINSKI & GEI, 2002). Por apresentar resultados originais, foi publicado o seguinte artigo

- SILVA, M. T. M.; MIRANDA, M. D.; SOARES, R. Concurrent Blind Decision Feedback Equalizer. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON TELECOMMUNICATIONS, 2004, Santa Rita do Sapucaí. *Proceedings of IWT'2004*, p. 107-112.

## Estrutura da Dissertação

Esta dissertação é dividida em 6 capítulos. No Capítulo 2, as estruturas dos equalizadores transversal linear e de realimentação de decisões assim como suas respectivas abordagens matemáticas são apresentadas. No Capítulo 3 é abordado o critério ótimo de Wiener para os equalizadores LTE e DFE. Em seguida, os algoritmos do Gradiente Exato e LMS são revisitados. São efetuadas simulações a fim avaliar e comparar a eficiência dos equalizadores através de taxas de erro de símbolo (SER - *Symbol Error Rate*) e curvas de ISI residual. No Capítulo 4, a equalização autodidata com o algoritmo do Módulo Constante para adaptação do LTE e do DFE é considerada. A fim de evitar soluções degeneradas, o algoritmo DFE-CMA-FB proposto em (SZCZECINSKI & GEI, 2002) é revisitado. No final do capítulo são apresentados alguns resultados de simulações. No Capítulo 5, o algoritmo concorrente proposto em (CHEN, 2003) é revisitado. Inspirando-se nesse algoritmo é proposto um novo algoritmo para o DFE que evita soluções degeneradas e apresenta um melhor desempenho que o proposto em (SZCZECINSKI & GEI, 2002). O capítulo termina com resultados de simulações. No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões da dissertação.

# Capítulo 2

## Formulação do problema

Neste capítulo, as estruturas do LTE e do DFE são apresentadas respectivamente nas seções 2.1 e 2.2. A formulação apresentada é utilizada em toda a dissertação.

### 2.1 O equalizador linear transversal

Na Figura 2.1 é mostrado o esquema de um sistema de comunicação com o equalizador na recepção implementado com um filtro FIR (*Finite Impulse Response*). Esse tipo de equalizador é usualmente denotado como LTE (*Linear Transversal Equalizer*). Seu objetivo é estimar os símbolos emitidos por uma certa fonte e degradados ao longo da transmissão.

O sinal recebido em um determinado instante  $n$  contém, além do sinal transmitido nesse instante, os sinais atrasados conforme a memória do canal, ou seja,

$$u(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k a(n-k) + \eta(n). \quad (2.1)$$

Essa equação pode ser reescrita como

$$u(n) = h_{\Delta} a(n-\Delta) + \underbrace{\sum_{k=0, k \neq \Delta}^{N-1} h_k(n) a(n-k)}_{ISI} + \eta(n), \quad (2.2)$$

sendo  $\Delta$  o atraso inerente ao sistema. O somatório da Equação (2.2) descreve a interferência entre símbolos (ISI). O propósito de um equalizador é compensar a ISI e recuperar o sinal transmitido com um certo atraso  $a(n-\Delta)$  através do sinal que chega no receptor.

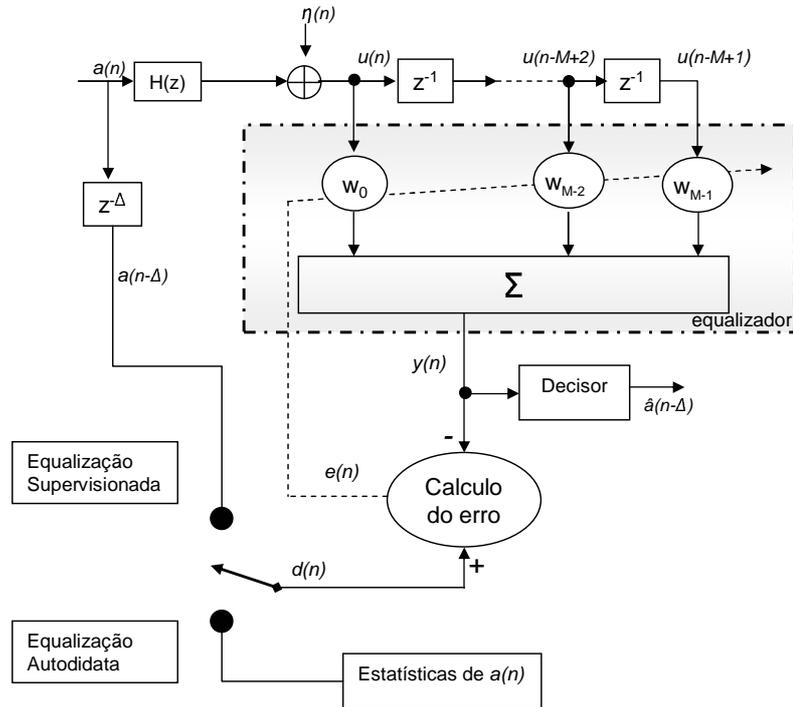


Figura 2.1: Esquema de um sistema de comunicação com LTE na fase de treinamento, implementado de forma supervisionada ou autodidata;  $\Delta$  é o atraso introduzido pelo meio;  $M$  é o comprimento do equalizador.

Conforme a Figura 2.1, a saída do LTE pode ser expressa como

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w_k(n-1)u(n-k). \quad (2.3)$$

Definindo-se o vetor regressor de entrada do equalizador como

$$\mathbf{u}(n) = [u(n) \ u(n-1) \ \cdots \ u(n-M+1)]^T \quad (2.4)$$

e o vetor dos coeficientes como

$$\mathbf{w}(n) = [w_0(n) \ w_1(n) \ \cdots \ w_{M-1}(n)]^T, \quad (2.5)$$

pode-se reescrever a Equação (2.3) como

$$y(n) = \mathbf{u}^T(n)\mathbf{w}(n-1). \quad (2.6)$$

Em geral, a adaptação dos  $M$  coeficientes do equalizador é implementada utilizando-se algoritmos do gradiente estocástico (WIDROW & STEARNS, 1985). A adaptação pode ainda

ser feita de forma supervisionada ou autodidata (HAYKIN, 2002). Na adaptação supervisionada, há um período de treinamento em que a fonte emite uma seqüência de símbolos previamente conhecida no receptor (WIDROW & STEARNS, 1985; HAYKIN, 2002). Neste caso a atualização dos coeficientes do equalizador é feita através de um sinal de erro calculado a partir da comparação do sinal desejado  $d(n) = a(n - \Delta)$  com a saída do equalizador, ou seja,

$$e(n) = d(n) - y(n). \quad (2.7)$$

Após o período de treinamento, o equalizador passa a operar no modo de decisão direta em que o sinal desejado passa a ser o sinal de saída do decisor  $d(n) = \hat{a}(n - \Delta)$  (QUERESHI, 1985). Na adaptação autodidata, não há período de treinamento e o sinal desejado é calculado a partir de uma função não-linear que depende das estatísticas do sinal transmitido (GODARD, 1980; DE CASTRO et al., 2001) como está esquematizado na Figura 2.1 e é detalhado posteriormente no Capítulo 3.

A cascata do canal com o equalizador, conforme esquematizado na Figura 2.2 pode ser representada na ausência de ruído por um único sistema  $\mathbf{s}(n)$  que é resultado da convolução das respostas ao pulso unitário do canal e do equalizador.

Considerando que o número de coeficientes do canal e do equalizador sejam respectivamente  $N$  e  $M$ , define-se o vetor regressor dos símbolos transmitidos como

$$\mathbf{a}(n) = [a(n) \ a(n-1) \ \cdots \ a(n-N-M+2)]^T. \quad (2.8)$$

O mapeamento entre a entrada e a saída do canal na ausência de ruído pode ser definido como

$$\begin{bmatrix} u(n) \\ u(n-1) \\ \vdots \\ u(n-M+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \cdots & h_{N-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_0 & \cdots & h_{N-2} & h_{N-1} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & h_0 & \cdots & h_{N-2} & h_{N-1} \end{bmatrix}}_{\mathcal{H}^T} \begin{bmatrix} a(n) \\ a(n-1) \\ \vdots \\ a(n-N-M+2) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Substituindo-se (2.9) em (2.6) obtém-se

$$y(n) = [\mathcal{H}^T \mathbf{a}(n)]^T \mathbf{w}(n-1) = \mathbf{a}^T(n) [\mathcal{H} \mathbf{w}(n-1)]. \quad (2.10)$$

Definindo-se o vetor de resposta combinada da cascata canal-equalizador como

$$\mathbf{s}(n) = \mathcal{H}\mathbf{w}(n),$$

ou seja,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} s_0(n) \\ s_1(n) \\ \vdots \\ s_{M-1}(n) \\ s_M(n) \\ \vdots \\ s_{N+M-2}(n) \end{bmatrix}}_{\mathbf{s}(n)} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_1 & h_0 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & h_{N-1} \end{bmatrix}}_{\mathcal{H}} \underbrace{\begin{bmatrix} w_0(n) \\ w_1(n) \\ \vdots \\ w_{M-1}(n) \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}(n)}, \quad (2.11)$$

pode-se reescrever a Equação (2.6) como

$$y(n) = \mathbf{a}^T(n)\mathbf{s}(n-1). \quad (2.12)$$

Quando a resposta combinada tiver a forma

$$\mathbf{s} = \underbrace{[0 \cdots 0]_{\Delta} 1 \cdots 0}_{\Delta}^T, \quad (2.13)$$

o sinal transmitido é totalmente recuperado com um atraso de  $\Delta$  amostras. Essa situação, chamada de *zero-forcing*, caracteriza a equalização perfeita. Ela é atingida apenas na ausência de ruído e quando as colunas da matriz  $\mathcal{H}$  forem linearmente independentes (TREICHLER et al., 1996).

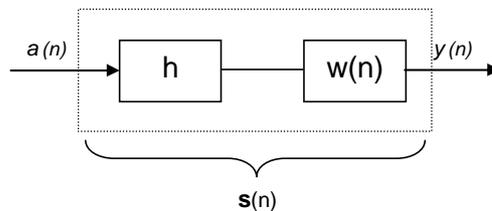


Figura 2.2: Esquema da resposta combinada da cascata canal-equalizador para o LTE na ausência de ruído.

## 2.2 O equalizador com realimentação de decisões

Um diagrama de blocos do equalizador com realimentação de decisões passadas (DFE - *Decision Feedback-Equalizer*) é apresentado na Figura 2.3 (QUERESHI, 1985; PROAKIS, 1996; SAYED, 2003). Esse equalizador é composto por um filtro direto denominado de  $w_f(n)$  e por outro de realimentação,  $w_b(n)$ . O sinal recebido  $u(n)$  é filtrado pelo filtro direto FIR com  $M_f$  coeficientes gerando o sinal  $y_f(n)$  em sua saída. As decisões passadas são realimentadas através do filtro de realimentação com  $M_b$  coeficientes gerando o sinal  $y_b(n)$  em sua saída. O sinal resultante da combinação linear das saídas dos filtros entra no decisor.

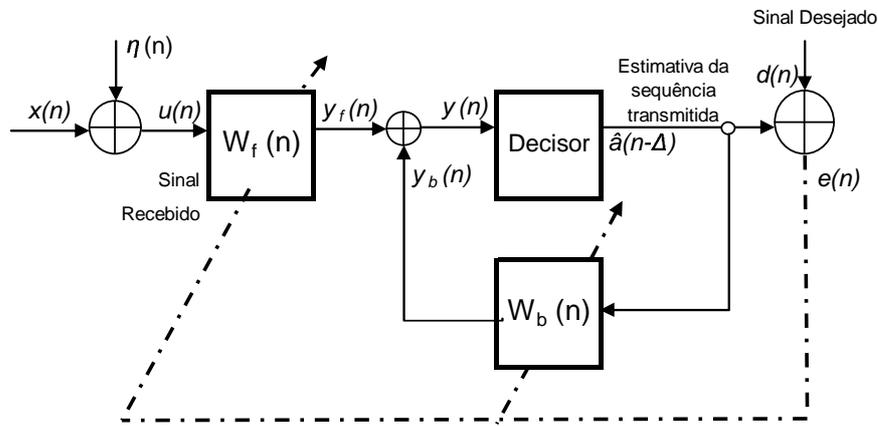


Figura 2.3: Diagrama de bloco de um sistema de comunicação com DFE no receptor.

Observe que, além das amostras  $\{u(n) u(n-1) u(n-2) \cdots u(n-M_f+1)\}$ , o DFE utiliza os próprios símbolos passados  $\{\hat{a}(n-\Delta-1) \hat{a}(n-\Delta-2) \cdots \hat{a}(n-\Delta-M_b)\}$  para eliminar a interferência do sistema. O que difere a implementação do DFE em relação à do LTE é o filtro de realimentação que tem como sua entrada a sequência de decisões dos símbolos passados. Por conveniência a Equação (2.2) pode ser reescrita na forma

$$u(n) = \underbrace{\sum_{k=0}^{\Delta-1} h_k(n)a(n-k)}_{ISI_1} + h_{\Delta}a(n-\Delta) + \underbrace{\sum_{k=\Delta+1}^{N-1} h_k(n)a(n-k)}_{ISI_2} + \eta(n). \quad (2.14)$$

Cabe ressaltar que o filtro de realimentação do DFE é utilizado para estimar e eliminar a componente  $ISI_2$  causada pelos símbolos vizinhos anteriores ao símbolo  $a(n-\Delta)$  (QUERESHI, 1985). Esta estratégia é bastante eficiente para canais com grande interferência entre símbolos (SAYED, 2003).

Um diagrama detalhado do DFE é mostrado na Figura 2.4. Pode-se observar que como no LTE, a adaptação pode ser feita de forma supervisionada ou autodidata. O cálculo do erro para o caso supervisionado é o mesmo descrito na Equação (2.7) da Seção 2.1. Analisando a Figura 2.4, os vetores regressores de entrada do filtro direto e do filtro de realimentação são definidos como

$$\mathbf{u}(n) = [u(n) \ u(n-1) \ \cdots \ u(n-M_f+1)]^T \quad (2.15)$$

e

$$\hat{\mathbf{a}}_\Delta(n) = [\hat{a}(n-\Delta-1) \ \hat{a}(n-\Delta-2) \ \cdots \ \hat{a}(n-\Delta-M_b)]^T \quad (2.16)$$

e os vetores dos coeficientes do filtro direto e do filtro de realimentação como

$$\mathbf{w}_f(n) = [w_{f(0)}(n) \ w_{f(1)}(n) \ \cdots \ w_{f(M_f-1)}(n)]^T \quad (2.17)$$

e

$$\mathbf{w}_b(n) = [w_{b(1)}(n) \ w_{b(2)}(n) \ \cdots \ w_{b(M_b)}(n)]^T. \quad (2.18)$$

Portanto, a saída do DFE pode ser escrita como

$$y(n) = \underbrace{\mathbf{w}_f^T(n)\mathbf{u}(n)}_{y_f(n)} + \underbrace{\mathbf{w}_b^T(n)\hat{\mathbf{a}}_\Delta(n)}_{y_b(n)}. \quad (2.19)$$

Um diagrama simplificado da resposta combinada do DFE está esquematizado na Figura 2.5. A resposta combinada é composta pela combinação linear da cascata canal-filtro direto em paralelo aos coeficientes do filtro de realimentação com um atraso de  $\Delta$  amostras. Neste caso, a resposta combinada é dada por

$$\mathbf{s}(n) = \mathbf{h} * \mathbf{w}_f(n) + \mathbf{w}_b(n - \Delta), \quad (2.20)$$

sendo que  $*$  representa a operação de convolução.

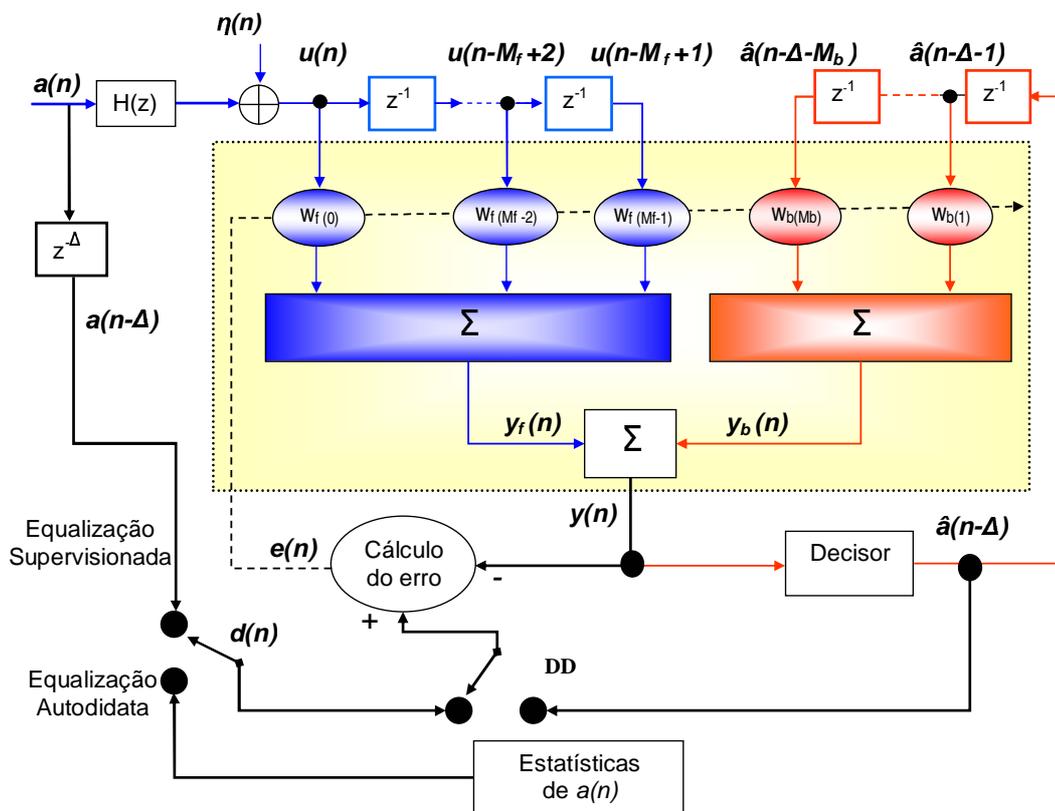


Figura 2.4: Diagrama de blocos de um sistema de comunicação com DFE no receptor.

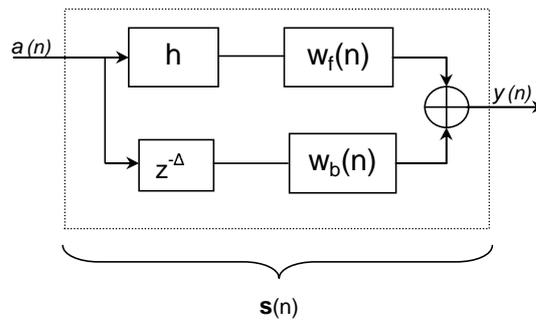


Figura 2.5: Diagrama de resposta combinada para o DFE

# Capítulo 3

## A equalização supervisionada

Neste capítulo aborda-se a equalização supervisionada do LTE e do DFE. A solução de Wiener é revisitada na Seção 3.1. Como essa solução é inviável na prática, considera-se a adaptação dessas estruturas através de algoritmos *on-line*. O algoritmo do Gradiente Exato e o algoritmo LMS são revisitados respectivamente nas seções 3.2 e 3.3. O capítulo termina com alguns resultados de simulações.

### 3.1 A solução de Wiener

Dentre os critérios ótimos de equalização descritos no Capítulo 1, o critério de Wiener é o único linear. A solução de Wiener é obtida a partir da minimização do erro quadrático médio (MSE - *Mean Square Error*) e representa um limite ótimo para o algoritmo de busca do gradiente (WIDROW & STEARNS, 1985), obtendo-se conseqüentemente os coeficientes ótimos relacionados a essa condição (HAYKIN, 2002). Esse critério fornece soluções para o equalizador que consiste em um filtro linear transversal (LTE) seguido de um elemento não-linear de decisão. Além disso, pode-se chegar a uma solução para o DFE considerando decisões corretas.

As soluções de Wiener para o LTE e o DFE são revisitadas respectivamente nas seções 3.1.1 e 3.1.2.

### 3.1.1 A solução de Wiener para o LTE

A função custo do erro quadrático médio (MSE) é definida como

$$J_{MSE} = E[|e(n)|^2], \quad (3.1)$$

sendo  $E[\cdot]$  o operador esperança matemática e  $e(n) = d(n) - y(n)$  (WIDROW & STEARNS, 1985). Definindo-se a matriz de autocorrelação do vetor de entrada do equalizador como

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{u}^*(n)\mathbf{u}^T(n)] \quad (3.2)$$

e o vetor coluna de correlação cruzada entre a resposta desejada e a seqüência de entrada como

$$\mathbf{p} = E[d(n)\mathbf{u}^*(n)], \quad (3.3)$$

o vetor gradiente da função  $J_{MSE}$  em relação ao vetor  $\mathbf{w}$  é

$$\nabla_{\mathbf{w}} J_{MSE} = \beta(\mathbf{R}\mathbf{w} - \mathbf{p}), \quad (3.4)$$

sendo  $\beta = 1$  ( $= 2$ ) para o caso complexo (real). Igualando esse gradiente a  $\mathbf{0}$  obtém-se a equação de Wiener-Hopf

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p}, \quad (3.5)$$

sendo  $\mathbf{w}_o$  o vetor de coeficientes ótimos que também é conhecido como vetor de Wiener (WIDROW & STEARNS, 1985).

### 3.1.2 Solução de Wiener para o DFE

As entradas dos filtros direto e de realimentação do DFE podem ser concatenadas no seguinte vetor

$$\mathbf{x}(n) = [\mathbf{u}^T(n) \ \hat{\mathbf{a}}_{\Delta}^T(n)]^T, \quad (3.6)$$

sendo os vetores  $\mathbf{u}(n)$  e  $\hat{\mathbf{a}}_{\Delta}(n)$  definidos de acordo com as equações (2.15) e (2.16) respectivamente. A matriz de autocorrelação, assumida positiva-definida, é dada por

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}^*(n)\mathbf{x}^T(n)]. \quad (3.7)$$

Considere o vetor de coeficientes concatenados denotado como

$$\bar{\mathbf{w}}(n) = [\mathbf{w}_f^T(n) \ \mathbf{w}_b^T(n)]^T. \quad (3.8)$$

Deseja-se determinar o vetor de coeficientes ótimos  $\bar{\mathbf{w}}_o$ . Como  $\hat{\mathbf{a}}_\Delta(n)$  é obtido a partir da saída do decisor, a determinação destes coeficientes torna o problema de otimização não-linear. Além disso, como esse vetor é parte da entrada  $\mathbf{x}(n)$  é possível a ocorrência de realimentação de erros. A fim de facilitar a obtenção da solução desse problema, assume-se que o decisor sempre fornece decisões corretas (SAYED, 2003, página 122), isto é,

$$\hat{a}(n - \Delta) = a(n - \Delta). \quad (3.9)$$

O problema consiste na minimização do erro quadrático médio, utilizando-se a função custo definida em (3.1). Reescrevendo o sinal de erro  $e(n) = d(n) - y(n)$  como

$$e(n) = a(n - \Delta) - \mathbf{x}^T(n)\bar{\mathbf{w}}(n), \quad (3.10)$$

obtém-se um problema de estimação linear usual, ou seja, determinar  $\bar{\mathbf{w}}$  de modo a minimizar

$$E[|a(n - \Delta) - \mathbf{x}^T(n)\bar{\mathbf{w}}(n)|^2]. \quad (3.11)$$

De forma análoga à seção anterior, chega-se à seguinte solução

$$\bar{\mathbf{w}}_o = \mathbf{R}_x^{-1}\bar{\mathbf{p}} \quad (3.12)$$

sendo  $\bar{\mathbf{p}} = E[a(n - \Delta)\mathbf{x}^*(n)]$ .

Deve-se ressaltar que para obter a solução de Wiener é necessário conhecer a inversa da matriz de autocorrelação do sinal de entrada, assim como a correlação cruzada entre os elementos do vetor regressor e o sinal desejado. A complexidade computacional é significativa quando a ordem do filtro é elevada. Por esse motivo, muitas vezes essa solução é inviável na prática. Conseqüentemente, é comum o uso de algoritmos que utilizam uma estimativa do vetor gradiente como por exemplo, o LMS (*Least Mean Square*) (HAYKIN, 2002). Esses algoritmos convergem de forma aproximada e iterativa para uma solução de Wiener (WIDROW & STEARNS, 1985; HAYKIN, 2002). Nas seções seguintes o algoritmo do Gradiente Exato e o algoritmo LMS são revisitados.

## 3.2 O Algoritmo do Gradiente Exato

O método do Gradiente Exato, também conhecido na literatura como *Steepest Descent*, é um método iterativo que utiliza estimativas exatas do gradiente para se chegar a uma solução de

Wiener sem a necessidade de inversão da matriz de autocorrelação (WIDROW & STEARNS, 1985). Ele depende essencialmente do valor inicial do vetor de coeficientes  $\mathbf{w}(0)$ , da matriz de autocorrelação  $\mathbf{R}$ , do vetor de correlação cruzada  $\mathbf{p}$  e do passo de adaptação  $\mu$  (HAYKIN, 2002). Dada uma função custo  $J(\mathbf{w})$  a ser minimizada, a solução ótima é alcançada de acordo com a condição

$$J(\mathbf{w}_o) \leq J(\mathbf{w}), \quad \text{para todo } \mathbf{w}. \quad (3.13)$$

Através do método iterativo, o vetor de coeficientes do instante  $n$  deve ser atualizado a fim de garantir

$$J(\mathbf{w}(n)) < J(\mathbf{w}(n-1)). \quad (3.14)$$

Derivando  $J(\mathbf{w})$  em relação a  $\mathbf{w}$ , obtém-se o algoritmo do Gradiente Exato descrito por

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) - \frac{1}{2} \mu [\nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}(n-1))], \quad (3.15)$$

sendo  $\mu$  o passo de adaptação que controla o número de iterações necessárias para a convergência (HAYKIN, 2002).

Utilizando a função custo do erro quadrático médio definida na Equação (3.1) e substituindo seu vetor gradiente (Equação (3.4)) na Equação (3.15), chega-se a

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mu[\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{w}(n-1)]. \quad (3.16)$$

Essa equação descreve um algoritmo que minimiza  $J_{MSE}$  buscando o seu único ponto de mínimo (HAYKIN, 2002). Contudo, para que sua convergência seja assegurada, a seguinte condição deve ser respeitada

$$0 < \mu < \frac{2}{\tau_{max}}, \quad (3.17)$$

sendo  $\tau_{max}$  o maior autovalor da matriz de autocorrelação  $\mathbf{R}$ .

A estimativa exata do vetor gradiente torna esse algoritmo desinteressante sob o ponto de vista prático (HAYKIN, 2002). Assim, algoritmos mais “realistas” utilizam aproximações estocásticas dessa grandeza.

### 3.3 O Algoritmo LMS

O algoritmo LMS (*Least Mean Square*) é uma versão estocástica do algoritmo do Gradiente Exato (HAYKIN, 2002). Neste caso o vetor gradiente é calculado a partir de estimativas

instantâneas da matriz  $\mathbf{R}$  e do vetor  $\mathbf{p}$ , dadas respectivamente por

$$\hat{\mathbf{R}}(n) = \mathbf{u}^*(n)\mathbf{u}^T(n) \quad (3.18)$$

e

$$\hat{\mathbf{p}}(n) = \mathbf{u}^*(n)d(n). \quad (3.19)$$

Substituindo (3.18) e (3.19) em (3.16) se obtém a equação de atualização do vetor de coeficientes do algoritmo LMS, ou seja,

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mu e(n) \mathbf{u}^*(n), \quad (3.20)$$

sendo  $e(n) = d(n) - y(n)$ . As operações que compõem o algoritmo estão mostradas na Tabela 3.1.

<p>Inicialização do algoritmo</p> $\mathbf{w}(0) = \mathbf{0}$
<p>Para cada instante de tempo <math>n = 1, 2, \dots</math>, calcule:</p> $y(n) = \mathbf{u}^T(n)\mathbf{w}(n-1)$ $e(n) = d(n) - y(n)$ $\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mu e(n)\mathbf{u}^*(n)$

Tabela 3.1: Algoritmo LMS.

Para a implementação do algoritmo LMS no DFE os vetores  $\mathbf{u}(n)$  e  $\mathbf{w}(n)$  devem ser substituídos pelos vetores  $\mathbf{x}(n)$  e  $\bar{\mathbf{w}}(n)$  definidos respectivamente pelas equações (3.6) e (3.8).

## 3.4 Resultados Experimentais

A fim de analisar o desempenho do DFE em relação ao LTE, algumas simulações foram efetuadas. Para isso as seguintes medidas de desempenho são consideradas:

- **Taxa de erro de símbolos (SER- *Symbol Error Rate*).** Esse é o parâmetro mais usual para medida de qualidade em sistemas de comunicação digital (PROAKIS, 1996). Para efeito de simulação, envia-se uma seqüência de símbolos conhecida e conta-se o número de símbolos recebidos incorretamente no receptor. A qualidade da conexão

pode ser expressa como uma taxa de símbolos recebidos incorretamente em um número total de símbolos transmitidos num determinado intervalo de tempo, ou seja,

$$SER = \frac{[\text{símbolos errados}]}{[\text{Total de símbolos transmitidos}]}; \quad (3.21)$$

- **Interferência intersimbólica residual.** A avaliação do método de equalização é feita através da medida de ISI residual definida como (SHALVI & WEINSTEIN, 1990)

$$ISI(\mathbf{s}) = \frac{||\mathbf{s}||^2 - |s_{k_o}|^2}{|s_{k_o}|^2} = \frac{\sum_k |s_k|^2}{|s_{k_o}|^2} - 1, \quad (3.22)$$

sendo  $\mathbf{s}$  o vetor da resposta combinada da cascata canal-equalizador e  $s_{k_o}$  seu componente de maior valor absoluto. A equalização perfeita implica em ter apenas uma componente de  $\mathbf{s}$  diferente de zero o que significa uma  $ISI(\mathbf{s}) = 0$ . No entanto, essa condição só é obtida na ausência de ruído, logo em casos práticos sempre existe uma interferência residual (SHALVI & WEINSTEIN, 1990).

Nas simulações são considerados os canais definidos na Tabela 3.2. As respostas ao pulso unitário, respostas em frequência e diagramas de zeros destes canais são apresentados nas figuras 3.1 e 3.2. Cabe observar que os canais  $H_1$  e  $H_2$  possuem nulos espectrais o que torna a equalização com o LTE inviável.

$H_1$ (linear com zeros na circunferência unitária e de fase não mínima) $H_1(z) = 1 + 1z^{-1} + 4z^{-2} + 2z^{-3} + 4z^{-4} + 2z^{-5} + 1z^{-6} + 1z^{-7}$ zeros: $\{1.61e^{\pm j1.35}, -0.65, e^{\pm j}, 0.765e^{\pm j0.23}\}$ (PAPADIAS & PAULRAJ, 1995)
$H_2$ (linear com zeros na circunferência unitária) $H_2(z) = 1 + 2z^{-1} + 1z^{-2}$ zeros: $\{-1, -1\}$ (KECHRITIS et al., 1992)

Tabela 3.2: Características dos canais usados nas simulações.

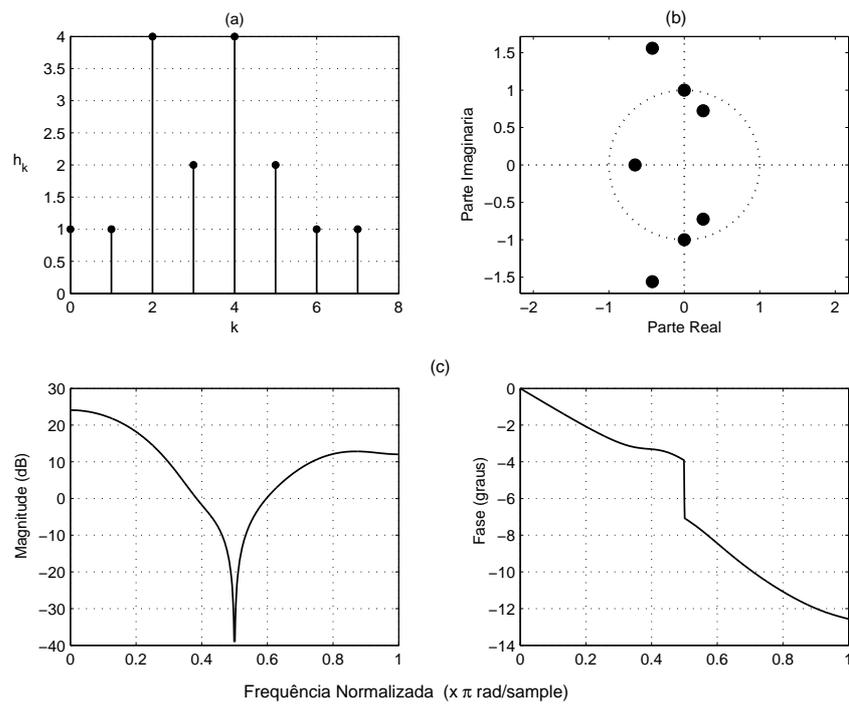


Figura 3.1: (a) Resposta ao pulso unitário, (b) diagrama de zeros e (c) resposta em frequência do canal  $H_1$ .

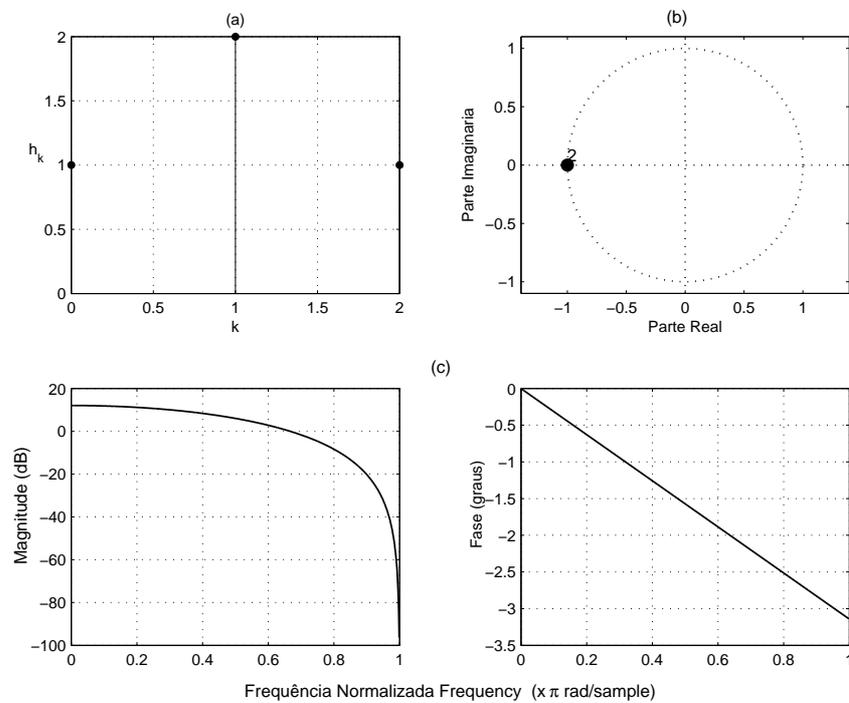


Figura 3.2: (a) Resposta ao pulso unitário, (b) diagrama de zeros e (c) resposta em frequência do canal  $H_2$ .

Para manter uma equivalência de complexidade computacional entre os dois equalizadores, o número de coeficientes do LTE é considerado igual à soma do número de coeficientes do filtro direto e de realimentação do DFE como mostrado na Tabela 3.3.

Canal	$H_1$	$H_2$
LTE	$M = 17$	$M = 5$
DFE	$M_f = 12$ $M_b = 5$	$M_f = 3$ $M_b = 2$

Tabela 3.3: Número de coeficientes dos filtros do LTE e DFE usados nas simulações.

Para que o LTE e o DFE apresentem um desempenho adequado no caso supervisionado, o atraso da resposta desejada deve ser devidamente escolhido. A fim de determinar o atraso “ótimo” para o canal  $H_1$ , foram feitas simulações considerando a solução de Wiener para o caso do DFE e do LTE. Assumindo modulação 2-PAM e uma relação sinal-ruído de 15 dB, curvas de taxa de erro de símbolo são mostradas na Figura 3.3. Nesta figura é possível observar que o DFE apresenta o melhor desempenho considerando o atraso no intervalo  $8 < \Delta_{\text{DFE}} < 13$ . No caso do LTE, uma boa escolha do atraso corresponde a  $8 < \Delta_{\text{LTE}} < 14$ . Levando em conta esses resultados, adotou-se  $\Delta_{\text{DFE}} = \Delta_{\text{LTE}} = 10$  nas simulações seguintes.

Na Figura 3.4 são mostradas curvas de SER em função da relação sinal-ruído (SNR) para o canal  $H_1$  considerando a solução de Wiener para o DFE e o LTE. Cabe notar que para  $\text{SNR} > 10$  dB, o DFE apresenta um desempenho superior ao do LTE. Isto acontece porque o LTE não apresenta um desempenho adequado em canais com nulos espectrais pronunciados como é o caso do canal  $H_1$  (KECHRITIS et al., 1992). As curvas de interferência intersimbólica residual são apresentadas na Figura 3.5. Como esperado, o DFE apresenta uma melhor eliminação de ISI que o LTE.

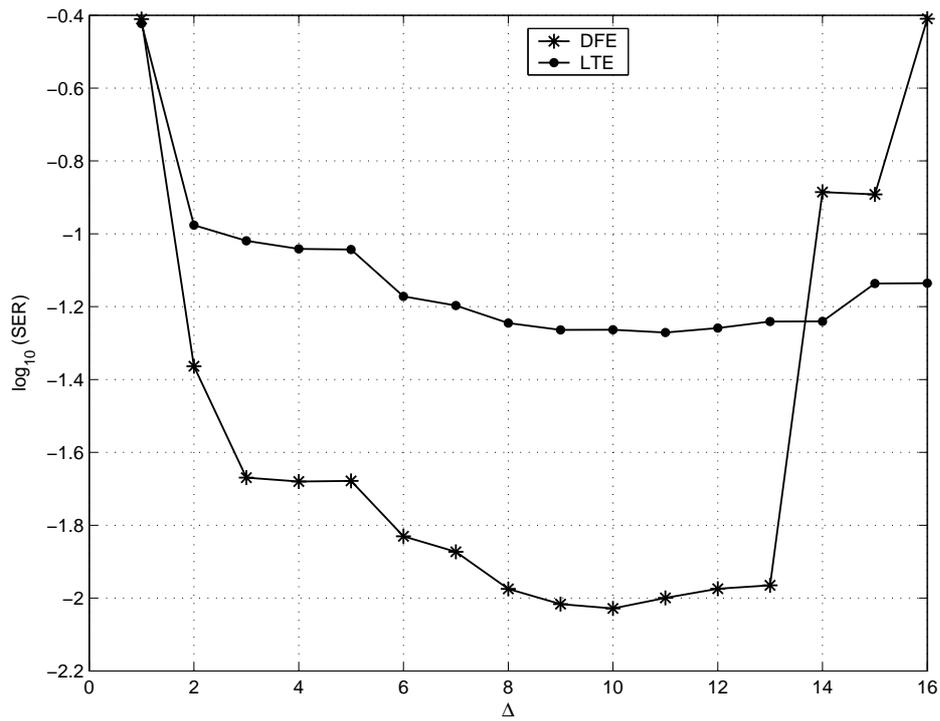


Figura 3.3: Curva de SER em função do atraso para o DFE ( $M_f = 12, M_b = 5$ ) e o LTE ( $M=17$ ); Wiener, Canal  $H_1$ , 2-PAM, SNR=15 dB.

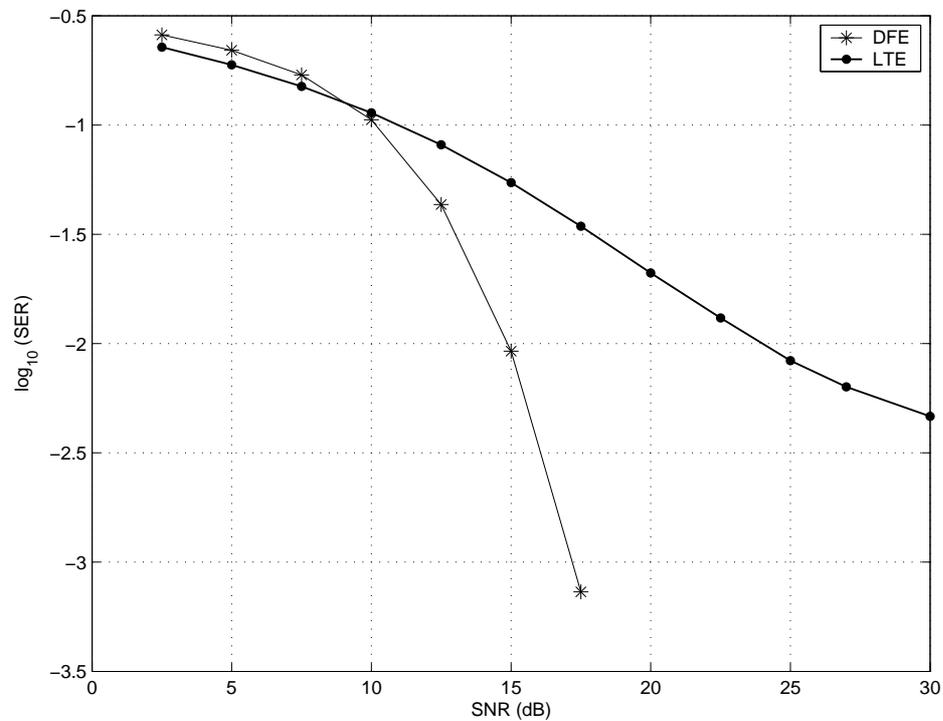


Figura 3.4: Curva de SER em função da SNR para o DFE ( $M_f = 12, M_b = 5$ ) e o LTE ( $M=17$ ); Wiener, Canal  $H_1$ , 2-PAM,  $\Delta = 10$ .

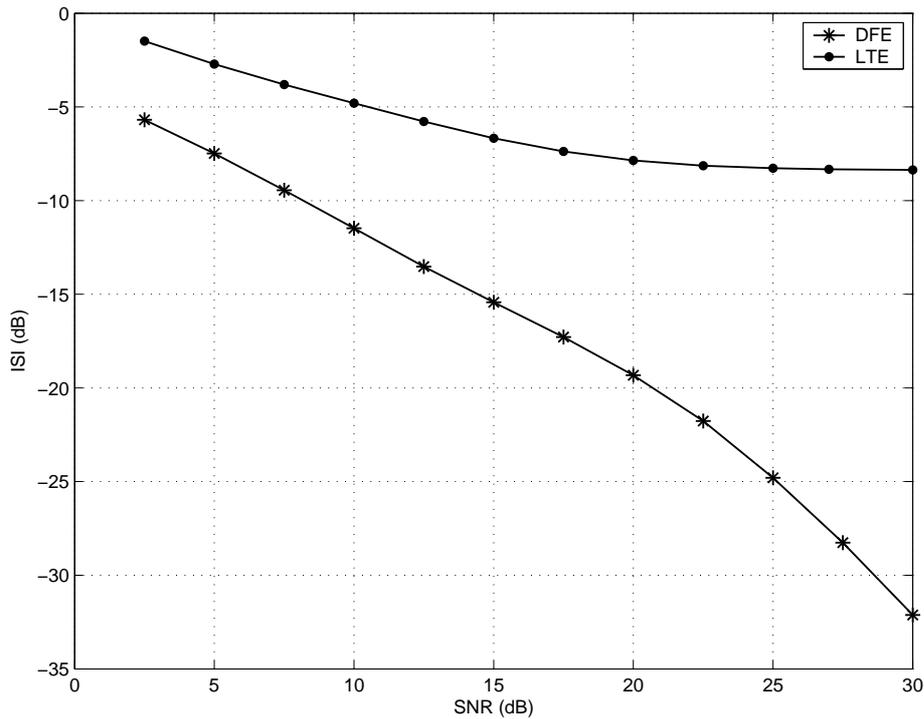


Figura 3.5: Curva de ISI residual em função da SNR para o DFE ( $M_f = 12$ ,  $M_b = 5$ ) e o LTE ( $M=17$ ); Wiener, Canal  $H_1$ , 2-PAM,  $\Delta = 10$ .

Na Figura 3.6 são apresentadas as respostas combinadas do DFE e do LTE considerando a solução de Wiener e  $\text{SNR} = 30$  dB. Na Figura 3.6-(a) são mostrados os coeficientes atrasados do filtro de realimentação do DFE assim como o resultado da convolução entre as respostas ao pulso unitário do canal e do filtro direto. A soma correspondente é esquematizada na Figura 3.6-(b). É possível observar que a interferência intersimbólica posterior à décima amostra (ISI posterior) é praticamente eliminada, o que não acontece no caso do LTE (Figura 3.6-(c)). Em outras palavras, o resultado da equalização com o DFE é mais próximo da solução ótima de *zero-forcing* que o do LTE.

A fim de avaliar a melhor configuração do DFE para um atraso de  $\Delta = 10$  amostras, considerou-se a variação do número de coeficientes do filtro direto mantendo-se fixo o número de coeficientes do filtro de realimentação e vice-versa. No caso do LTE, para manter a mesma complexidade computacional do DFE, o número de coeficientes foi feito igual à soma do número de coeficientes do filtro direto e de realimentação, ou seja,  $M = M_f + M_b$ . Na Figura 3.7-(a) é mostrada uma curva de taxa de erro de símbolo em função da variação de  $M_f$ , para  $M_b = 5$ ,  $\Delta = 10$  e  $\text{SNR} = 15$  dB. É possível observar nesta figura que a escolha de

$M_f \geq 9$  garante o melhor desempenho do DFE. Na Figura 3.7-(b) considera-se a variação de  $M_b$ , para  $M_f = 12$ ,  $\Delta = 10$  e  $\text{SNR} = 15$  dB. Neste caso, pode-se observar que o melhor desempenho do DFE é obtido a partir de  $M_b \geq 5$  e que o aumento do número de coeficientes do filtro de realimentação não acrescenta uma melhoria no desempenho do equalizador. Na Figura 3.7-(c) variou-se o número de coeficientes do LTE. Neste caso  $M \geq 15$  garante o melhor desempenho desse equalizador. Considerando o estudo dos parâmetros de projeto do DFE conclui-se que para esse canal, assumindo um atraso de  $\Delta = 10$  amostras, a melhor configuração para o DFE é  $M_f = 9$  e  $M_b = 5$ . Desta forma, evita-se a implementação de filtros com um grande número de coeficientes sem ganho efetivo no desempenho da equalização.

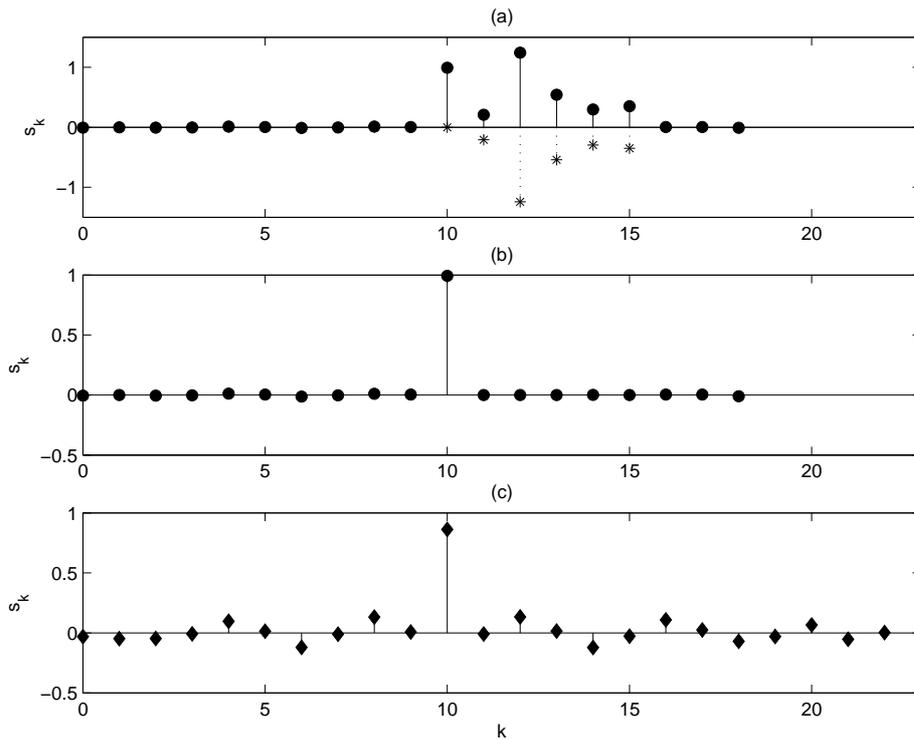


Figura 3.6: (a) Resposta combinada da cascata canal-filtro direto ( $\bullet$ ) e coeficientes do filtro de realimentação do DFE ( $*$ ); (b) Resposta combinada resultante para o DFE ( $M_f = 12$ ,  $M_b = 5$ ); (c) Resposta combinada para o LTE ( $M = 17$ ); Canal  $H_1$ ,  $\text{SNR} = 30$  dB,  $\Delta = 10$ , 2-PAM.

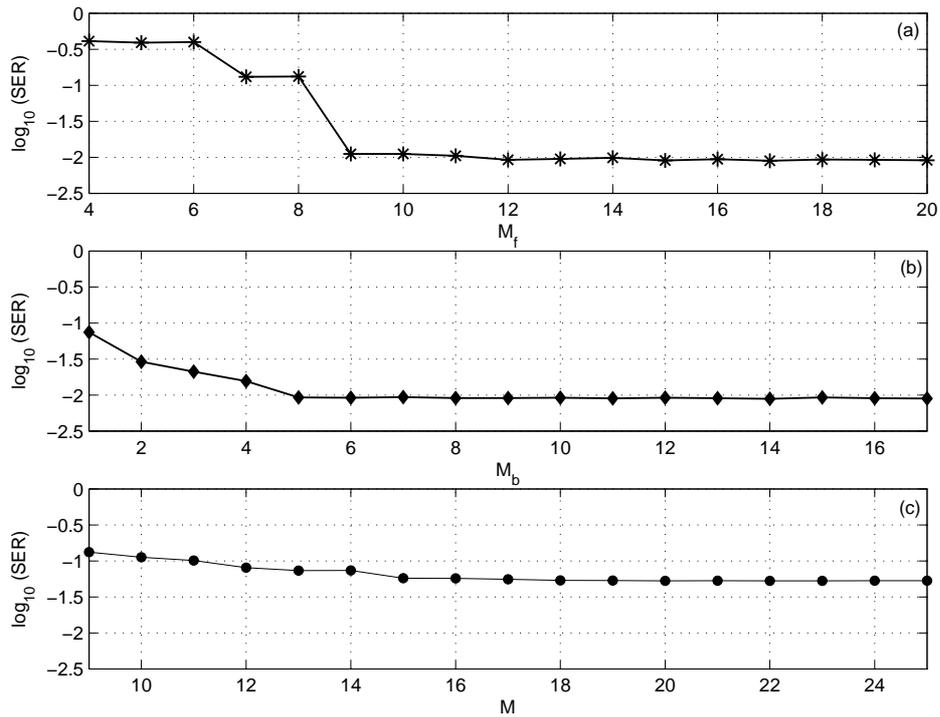


Figura 3.7: (a) Variação dos coeficientes do filtro direto do DFE, considerando  $M_b = 5$ ; (b) Variação dos coeficientes do filtro de realimentação do DFE, considerando  $M_f = 12$ ; (c) Variação do número de coeficientes do LTE; Canal  $H_1$ , SNR=15 dB,  $\Delta = 10$ , 2-PAM.

A fim de comparar as soluções de Wiener para o LTE e o DFE com a solução de Bayes, o canal  $H_2$  e as configurações dos equalizadores da Tabela 3.3 foram considerados. A solução de Bayes depende do número de estados desejados do canal (MULGREW, 1996). A fim de considerar uma menor complexidade de implementação e por apresentar características semelhantes ao canal  $H_1$ , o canal  $H_2$  foi escolhido. Na Figura 3.8, são apresentadas curvas de taxa de erro de símbolo. Nota-se que o critério de Wiener para o LTE apresenta um desempenho inferior ao da solução de Bayes para  $\text{SNR} \leq 25$  dB. Porém para uma relação sinal-ruído superior, o desempenho destas soluções ótimas tendem ao mesmo patamar de taxa de erro. A solução de Wiener para o DFE também foi comparada à solução de Bayes considerando realimentação de decisões. Neste caso, embora haja uma maior proximidade entre as curvas de taxa de erro, a solução de Bayes ainda é superior. Cabe observar que ao se considerar um canal não-linear, a diferença de desempenho entre a solução de Bayes e de Wiener torna-se mais pronunciada (SILVA, 2001). Cabe observar ainda que para relações sinal-ruído baixas, devido à realimentação de erros, o DFE apresenta uma maior taxa de erro de símbolo, podendo inclusive superar a do LTE.

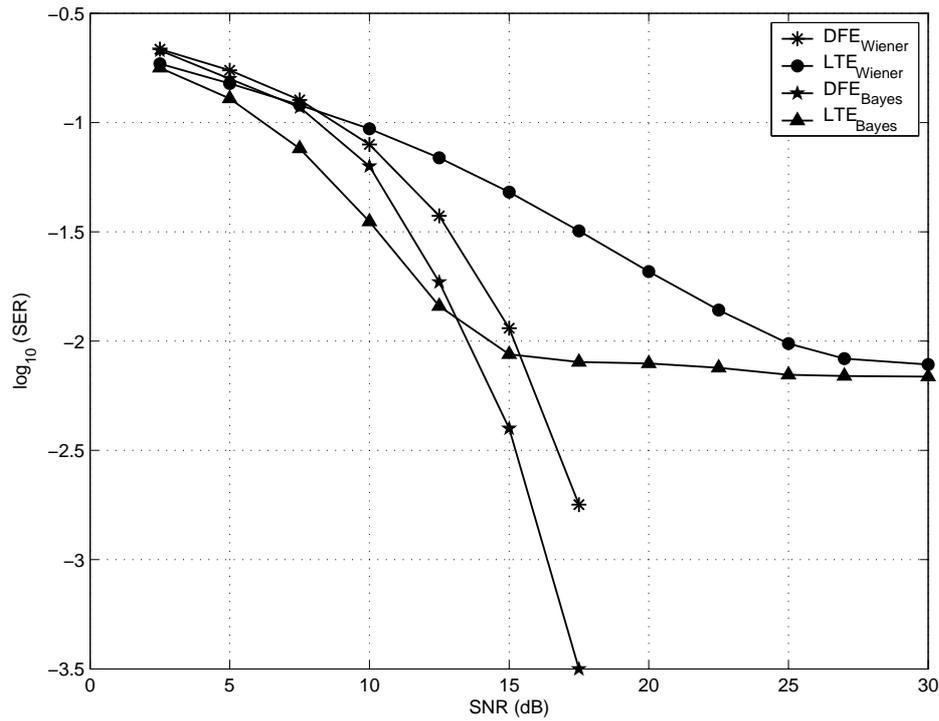


Figura 3.8: Curvas de SER em função da SNR para o DFE e o LTE considerando as soluções ótimas de Wiener e Bayes; Canal  $H_2$ ,  $M_f = 3$ ,  $M_b = 2$ ,  $M = 5$ ,  $\Delta = 3$ , 2-PAM.

Para comparar o desempenho do algoritmo LMS na adaptação do LTE e DFE face à solução de Wiener, considera-se o canal  $H_2$ , um atraso de  $\Delta = 3$  amostras e transmissão de sinais binários (2-PAM). Na Figura 3.9 é mostrada a convergência dos coeficientes do LTE e do DFE adaptados pelo algoritmo LMS em comparação com a solução de Wiener. Como era de se esperar, depois de uma convergência inicial de aproximadamente 3000 iterações, os coeficientes adaptados pelo algoritmo LMS oscilam em torno da solução de Wiener. No caso do LTE, embora tenham sido considerados  $M = 5$  coeficientes, há dois deles que são muito próximos como pode ser observado na solução de Wiener mostrada a seguir

$$\mathbf{w}_o = [0.0891 \quad -0.3140 \quad 0.7137 \quad -0.3122 \quad 0.0876]^T. \quad (3.23)$$

Na Figura 3.10 são apresentadas curvas de SER em função da relação sinal-ruído (SNR) considerando o canal  $H_2$ , atraso de  $\Delta = 3$  amostras e os resultados obtidos pela solução de Wiener e pelo algoritmo LMS para o LTE e o DFE. Novamente o desempenho obtido pelo algoritmo LMS é um pouco pior mas ainda se mantém próximo do desempenho obtido pela solução de Wiener.

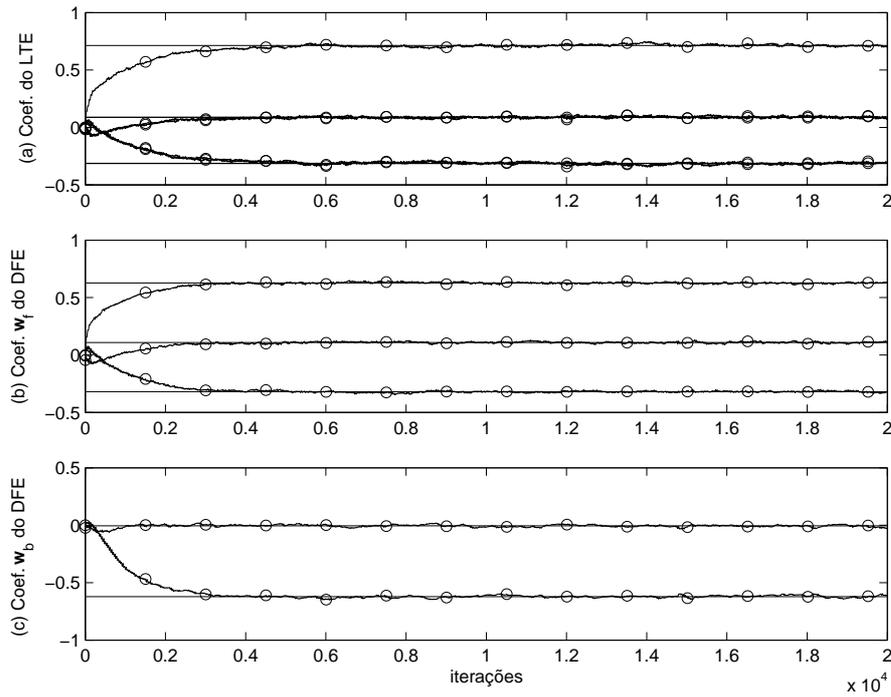


Figura 3.9: Convergência dos coeficientes do LTE e DFE adaptados com o algoritmo LMS ( $M = 5$ ,  $M_f = 3$ ,  $M_b = 2$ ,  $\Delta = 3$ ,  $\mu = 0.007$ ) em comparação à solução de Wiener (coeficientes indicados por linhas retas); 2-PAM, Canal  $H_2$ , SNR = 20 dB.

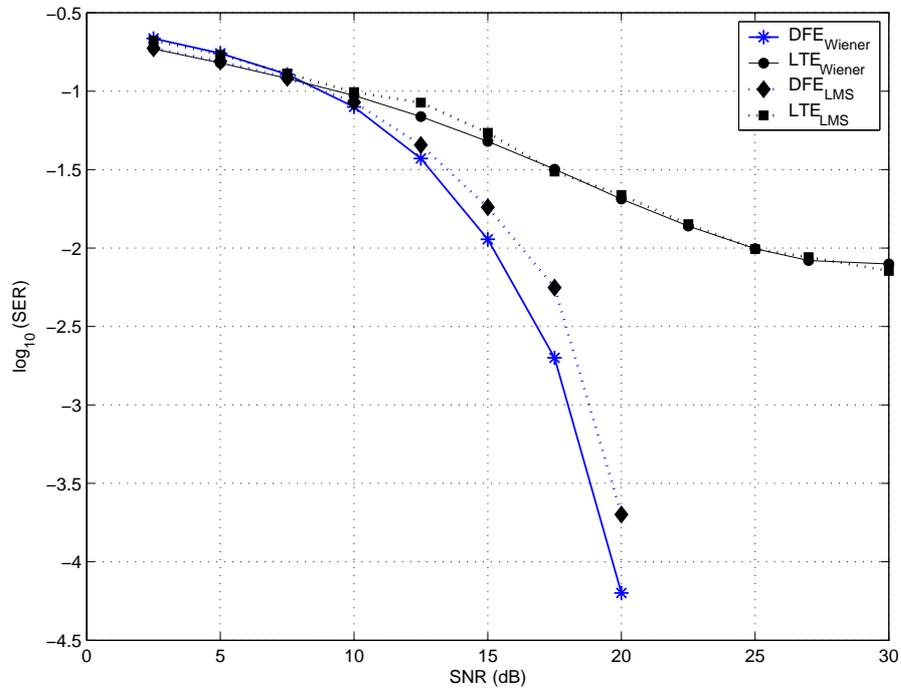


Figura 3.10: Curvas de SER em função da SNR para o DFE e o LTE considerando a solução de Wiener e o algoritmo LMS; Canal  $H_2$ ,  $M = 5$ ,  $M_f = 3$ ,  $M_b = 2$ ,  $\Delta = 3$ ,  $\mu = 0.007$ , 2-PAM.

A partir dessas simulações é possível verificar que o DFE apresenta um desempenho superior ao do LTE. Além disso, o algoritmo LMS tende para a solução de Wiener, sendo que quanto melhor a qualidade das estimativas, maior a proximidade de desempenho dessas soluções. Cabe notar que para relações sinal-ruído baixas, o DFE apresenta uma maior realimentação de erros. Na literatura existem estudos teóricos sobre a propagação desses erros (QUERESHI, 1985), o que foge do escopo desta dissertação.

# Capítulo 4

## O Algoritmo do Módulo Constante para adaptação do LTE e do DFE

Neste Capítulo algoritmos *on-line* baseados no critério do Módulo Constante para adaptação autodidata do LTE e do DFE são abordados. Em seguida alguns resultados de simulações são apresentados.

### 4.1 O algoritmo do Módulo Constante

Quando a transmissão de uma seqüência de treinamento se torna um procedimento muito custoso, difícil ou até mesmo impossível, a adaptação dos coeficientes do equalizador deve ser feita de forma autodidata (DING & LI, 2001). Neste caso, critérios de otimização podem ser definidos a partir de estatísticas de ordem superior das seqüências a serem transmitidas. Isso é viável uma vez que o modelo estatístico dessas seqüências é conhecido pelo sistema (HAYKIN, 2002). Desta forma, a função do receptor é estimar o sinal originalmente transmitido a partir do sinal recebido com base nessas estatísticas (DING & LI, 2001). Os diagramas das figuras 2.1 e 2.4 das páginas 7 e 12 ilustram respectivamente o esquema da equalização autodidata para o LTE e para o DFE.

Dentre os algoritmos de equalização autodidata, destaca-se o Algoritmo do Módulo Constante (CMA - *Constant Modulus Algorithm*) proposto por Godard (1980). A função custo

que dá origem a esse algoritmo é descrita por

$$J_G = E \left[ (|y(n)|^2 - R_2^a)^2 \right] \quad (4.1)$$

sendo  $R_2^a$  um escalar que representa o “módulo esperado” e é definido como

$$R_2^a = \frac{E[|a(n)|^4]}{E[|a(n)|^2]}. \quad (4.2)$$

O CMA é obtido a partir da minimização de  $J_G$  utilizando o método do Gradiente Estocástico (GODARD, 1980). Suas operações estão mostradas na Tabela 4.1. Cabe observar que apesar do algoritmo ser o mais usado em equalização autodata na prática, a escolha do passo de adaptação que assegura sua convergência ainda é um problema em aberto na literatura (SILVA, 2004).

Inicialização do algoritmo
$\mathbf{w}(0) = [0 \ 0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0 \ 0]$
Para cada instante de tempo $n = 1, 2, \dots$ , calcule:
$y(n) = \mathbf{u}^T(n)\mathbf{w}(n-1)$
$e(n) = (R_2^a -  y(n) ^2)y(n)$
$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mu e(n)\mathbf{u}^*(n)$

Tabela 4.1: Algoritmo do Módulo Constante (CMA).

Como no caso do algoritmo LMS, para a implementação do CMA no DFE os vetores  $\mathbf{u}(n)$  e  $\mathbf{w}(n)$  devem ser substituídos pelos vetores  $\mathbf{x}(n)$  e  $\overline{\mathbf{w}}(n)$  definidos respectivamente pelas equações (3.6) e (3.8) da página 14. Ao se utilizar o CMA na adaptação do DFE podem ocorrer soluções degeneradas. Neste caso, o sinal de saída do equalizador  $y(n)$  independe de sua entrada  $\mathbf{u}(n)$  (PAPADIAS & PAULRAJ, 1995; SZCZECINSKI & GEI, 2002). Considerando por exemplo o DFE adaptado com o CMA e transmissão de sinais binários (2-PAM), os coeficientes dos filtros direto e de realimentação podem assumir a forma

$$\mathbf{w}_f(n) = \mathbf{0}, \quad \text{e} \quad \mathbf{w}_b(n) = [0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]^T. \quad (4.3)$$

É possível observar que neste caso  $e(n) = 0$  e a atualização dos coeficientes segundo o CMA deixa de ocorrer. Para evitar este problema, muitos autores consideram uma adaptação

desacoplada dos filtros direto e de realimentação (CASAS et al., 1995, 1999; TONG & LIU, 1997; LABAT et al., 1998). Entretanto, essa forma de adaptação é menos eficiente do que a adaptação conjunta, principalmente se o canal for variante no tempo (SZCZECINSKI & GEI, 2002). Neste cenário, Szczecinski e Gei (2002) propuseram um novo critério para detecção de soluções degeneradas. Esse critério é baseado na função custo de Godard com restrição na adaptação dos filtros direto e de realimentação e é minimizado por um algoritmo do gradiente estocástico denominado DFE-CMA-FB. Esses resultados são revisitados a seguir.

## 4.2 O Algoritmo que Evita Soluções Degeneradas

O sinal de saída do filtro direto do DFE pode ser escrito em função do vetor de resposta combinada da cascata canal-filtro direto  $\mathbf{s}_f(n-1)$ , ou seja

$$y_f(n) = \sum_{k=0}^{M_s-1} s_{f,k}(n-1)a(n-k) + \underbrace{\sum_{k=0}^{M_f-1} w_{f,k}(n-1)\eta(n-k)}_{v(n)}, \quad (4.4)$$

sendo  $M_s = N + M_f - 1$ . Cabe observar que  $v(n)$  é o resultado da convolução do ruído branco Gaussiano com os coeficientes do filtro direto. Por conveniência reescreve-se (4.4) da seguinte forma (SZCZECINSKI & GEI, 2002)

$$y_f(n) = s_{f,\Delta}(n-1)a(n-\Delta) + \sum_{k=0}^{\Delta-1} s_{f,k}(n-1)a(n-k) + \sum_{k=1}^{M_s-\Delta-1} s_{f,k+\Delta}(n-1)a(n-\Delta-k) + v(n). \quad (4.5)$$

Assumindo decisões corretas, ou seja

$$\hat{a}(n-\Delta) = a(n-\Delta), \quad (4.6)$$

a saída do filtro de realimentação é dada por

$$y_b(n) = \sum_{k=1}^{M_b} w_{b,k}(n-1)a(n-\Delta-k). \quad (4.7)$$

Utilizando (4.5) e (4.7) e supondo que  $M_b = M_s - \Delta - 1$ , a saída do DFE pode ser reescrita como

$$y(n) = s_{f,\Delta}(n-1)a(n-\Delta) + \sum_{k=0}^{\Delta-1} s_{f,k}(n-1)a(n-k) + \sum_{k=1}^{M_s-\Delta-1} [s_{f,k+\Delta}(n-1) + w_{b,k}(n-1)]a(n-\Delta-k) + v(n). \quad (4.8)$$

É possível observar nessa expressão que para eliminar completamente a ISI, os dois somatórios devem tender a zero. O filtro de realimentação do DFE vai agir somente sobre o segundo somatório e pode anulá-lo se

$$w_{b,k}(n-1) = -s_{f,k+\Delta}(n-1), \quad k = 1, \dots, M_s - \Delta - 1. \quad (4.9)$$

Por outro lado, o filtro direto tem ação nos dois somatórios, uma vez que a resposta combinada  $s_{f,k}(n-1)$ ,  $k = 0, \dots, M_s$  depende dos coeficientes do canal e do filtro direto. Para eliminação do segundo somatório de (4.8) a Equação (4.9) deve ser satisfeita. Isto implica em

$$\|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 = \sum_{k=1}^{M_b} |w_{b,k}(n-1)|^2 \leq \sum_{k=0}^{M_s-1} |s_{f,k}(n-1)|^2. \quad (4.10)$$

Observando que

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{|y_f(n)|^2\} &= \sigma_a^2 \sum_{k=0}^{M_s-1} |s_{f,k}(n-1)|^2 + \mathbb{E}\{|v(n)|^2\} \\ &= \sigma_a^2 \sum_{k=0}^{M_s-1} |s_{f,k}(n-1)|^2 + \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \sigma_\eta^2, \end{aligned} \quad (4.11)$$

obtém-se a seguinte relação

$$\sum_{k=0}^{M_s-1} |s_{f,k}(n-1)|^2 = \frac{\mathbb{E}\{|y_f(n)|^2\}}{\sigma_a^2} - \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_a^2}. \quad (4.12)$$

Substituindo (4.12) em (4.10) chega-se a

$$\|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 \leq \frac{\mathbb{E}\{|y_f(n)|^2\}}{\sigma_a^2} - \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_a^2}. \quad (4.13)$$

Definindo a variável

$$C_w(n) = \|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 - \frac{\mathbb{E}\{|y_f(n)|^2\}}{\sigma_a^2} + \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_a^2}, \quad (4.14)$$

pode-se verificar que para que (4.9) seja verdadeira, a restrição  $C_w(n) \leq 0$  deve ser satisfeita. Em (SZCZECINSKI & GEI, 2002) foi demonstrado que as soluções que satisfazem essa restrição são não-degeneradas. Desta forma, foi proposto um novo critério para adaptação autoidadada do DFE dado por

$$J_{G_{\text{DFE}}} = \left\{ \text{E} \{ (|y(n)|^2 - R_2^a)^2 \} | C_w(n) \leq 0 \right\}. \quad (4.15)$$

Utilizando-se um multiplicador de Lagrange  $\lambda$ , esse critério se reduz a

$$J_{G_{\text{DFE}}} = \text{E} \{ (|y(n)|^2 - R_2^a)^2 \} + \lambda C_w(n), \quad (4.16)$$

sendo  $\lambda$  escolhido para garantir  $C_w(n) \leq 0$ . A partir da minimização desse critério, obteve-se o algoritmo denominado DFE-CMA-FB cujas operações estão mostradas na Tabela 4.2. Nesta tabela,  $0 < \alpha < 1$  é um fator de esquecimento e  $\lambda(n)$  é o multiplicador de Lagrange que deve ser escolhido conforme o valor de  $C_w(n)$ , ou seja,  $\lambda(n) = \lambda_o v(C_w(n))$ , sendo

$$v(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.17)$$

a função degrau. É usual assumir  $\lambda_o = 2$  e  $\alpha = 0.95$  (SZCZECINSKI & GEI, 2002).

Cabe observar que na obtenção do algoritmo foram considerados  $\sigma_a^2 = 1$  e

$$\|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 - \text{E}\{|y_f(n)|^2\} \gg \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \sigma_\eta^2.$$

Com essas considerações, a restrição se reduz a

$$C_w(n) \approx \|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 - \text{E}\{|y_f(n)|^2\} \leq 0. \quad (4.18)$$

Desta forma, em cada iteração deve-se estimar  $\text{E}\{|y_f(n)|^2\}$ , o que é feito através de uma janela exponencial com um fator de esquecimento  $\alpha$ . A dedução detalhada desse algoritmo pode ser encontrada em (SZCZECINSKI & GEI, 2002).

Comparando esse algoritmo com o CMA (Tabela 4.1), observa-se que quando a restrição é obedecida, ou seja, quando  $C_w(n) \leq 0$ , o multiplicador de Lagrange  $\lambda(n)$  é nulo e os dois algoritmos são idênticos. Caso contrário,  $\lambda(n) = \lambda_o$  e as equações de adaptação dos coeficientes dos filtros direto e de realimentação diferem. Além disso, para estimar o valor de  $C_w$  em cada instante de tempo, deve-se calcular a norma do vetor de coeficientes do filtro de realimentação além de estimar a potência do sinal de saída do filtro direto.

<p>Inicialização do algoritmo:</p> $\mathbf{w}_f(0) = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0]^T$ $\mathbf{w}_b(0) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{g}(0) = \mathbf{0}, \quad E_{y_f}(0) = 0$
<p>Para cada instante de tempo, <math>n = 1, 2, \dots</math>, calcule:</p> $y_f(n) = \mathbf{u}^T(n) \mathbf{w}_f(n-1)$ $y_b(n) = \hat{\mathbf{a}}_\Delta^T(n) \mathbf{w}_b(n-1)$ $y(n) = y_f(n) + y_b(n)$ $e(n) = ( y(n) ^2 - R_2^a) y(n)$ $E_{y_f}(n) = \alpha E_{y_f}(n-1) + (1 - \alpha)  y_f(n) ^2$ $\mathbf{g}(n) = \alpha \mathbf{g}(n-1) + (1 - \alpha) y_f(n) \mathbf{u}^*(n)$ $C_w(n) = \ \mathbf{w}_b(n-1)\ ^2 - E_{y_f}(n)$ $\lambda(n) = \lambda_o v(C_w(n))$ $\mathbf{w}_f(n) = \mathbf{w}_f(n-1) + \mu [\lambda(n) \mathbf{g}(n) - e(n) \mathbf{u}^*(n)]$ $\mathbf{w}_b(n) = [1 - \mu \lambda(n)] \mathbf{w}_b(n-1) - \mu e(n) \hat{\mathbf{a}}_\Delta^*(n)$

Tabela 4.2: Sumário do DFE-CMA-FB.

### 4.3 O Problema de rotação de fase

Um problema comum da equalização autodidata baseada no critério do Módulo Constante é a rotação de fase aleatória (HEIDARI et al., 2000). Em geral, a saída do equalizador é dada por  $y(n) = e^{j\varphi} a(n - \Delta) + \nu(n)$ , com  $\varphi \in [0, 2\pi[$  e ruído complexo  $\nu(n)$ . A rotação de fase deve ser compensada antes do decisor. A literatura contém vários algoritmos autodidatas para recuperação da fase (HEIDARI et al., 2000), mas por simplicidade assume-se neste trabalho o algoritmo chamado PTA (*Phase Tracking Algorithm*) (SZCZECINSKI & GEI, 2002; PROAKIS, 1996), que possui a seguinte atualização da fase

$$\varphi(n+1) = \varphi(n) + \mu_\varphi \text{Im}(y'(n) \hat{a}^*(n - \Delta))$$

sendo  $y'(n) = y(n) e^{-j\varphi(n)}$ ,  $\mu_\varphi$  o passo de adaptação e  $\text{Im}(v)$  a parte imaginária de  $v$ .

## 4.4 Resultados Experimentais

Para comparar os algoritmos CMA e DFE-CMA-FB face ao problema das soluções degeneradas considerou-se como exemplo ilustrativo, uma simulação em que se transmitiu sinais binários através do canal  $H_2$  da Tabela 3.2, página 18, com  $\text{SNR} = 30$  dB e condições iniciais  $\mathbf{w}_f(0) = [0 \ 1 \ 0]^T$  e  $\mathbf{w}_b(0) = [0 \ 0]^T$ . Na primeira coluna da Figura 4.1 são mostrados os resultados do CMA na adaptação do DFE. É possível observar que embora o sinal de saída do equalizador seja parecido com o sinal transmitido, não ocorre a efetiva recuperação do mesmo. Isso pode ser constatado ao se comparar a seqüência de saída do decisor com a seqüência transmitida considerando diferentes atrasos. Neste caso, os coeficientes do filtro direto tornam-se nulos o que faz com que o sinal de saída independa da entrada e conseqüentemente do sinal transmitido. Utilizando o DFE-CMA-FB na adaptação do DFE, as soluções degeneradas são evitadas como pode ser observado na segunda coluna de Figura 4.1. Após uma convergência inicial, ocorre a recuperação do sinal transmitido e os coeficientes do filtro direto convergem para valores diferentes de zero.

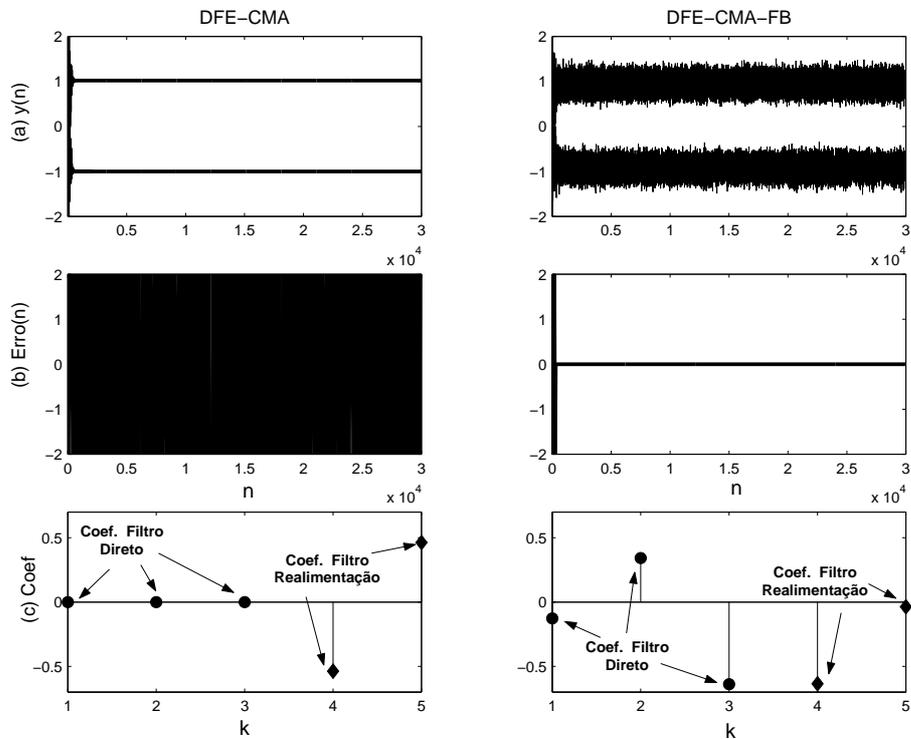


Figura 4.1: Comportamento do CMA e DFE-CMA-FB face ao problema de soluções degeneradas (a) Saída do equalizador, (b) Erro de decisão, (c) Coeficientes do filtro direto e de realimentação; 2-PAM, canal  $H_2$ ,  $\text{SNR} = 30$  dB,  $M_f = 3$ ,  $M_b = 2$ , e  $\mu = 0.01$ ,  $\mathbf{w}_f(0) = [0 \ 1 \ 0]^T$  e  $\mathbf{w}_b(0) = [0 \ 0]^T$ .

Para comparar o desempenho do CMA na adaptação do LTE e do DFE em relação à solução de Wiener e ao algoritmo LMS considerou-se o canal  $H_2$  com um atraso de  $\Delta = 3$  amostras. Na Figura 4.2 são mostradas curvas de taxa de erro de símbolo. É possível observar que para  $\text{SNR} < 17.5$  dB, o desempenho dos equalizadores treinados com os algoritmos autodidatas é um pouco pior do que o obtido com a equalização supervisionada. Quando  $\text{SNR} > 17.5$  dB no caso do LTE, o desempenho do CMA se torna pior que o algoritmo LMS. Por outro lado, no caso do DFE, o desempenho do DFE-CMA-FB é um pouco pior que o obtido com o LMS. Neste caso observou-se que o algoritmo autodidata converge para uma solução próxima à de Wiener, mas com um atraso de  $\Delta = 2$  amostras que é diferente do atraso considerado na adaptação supervisionada.

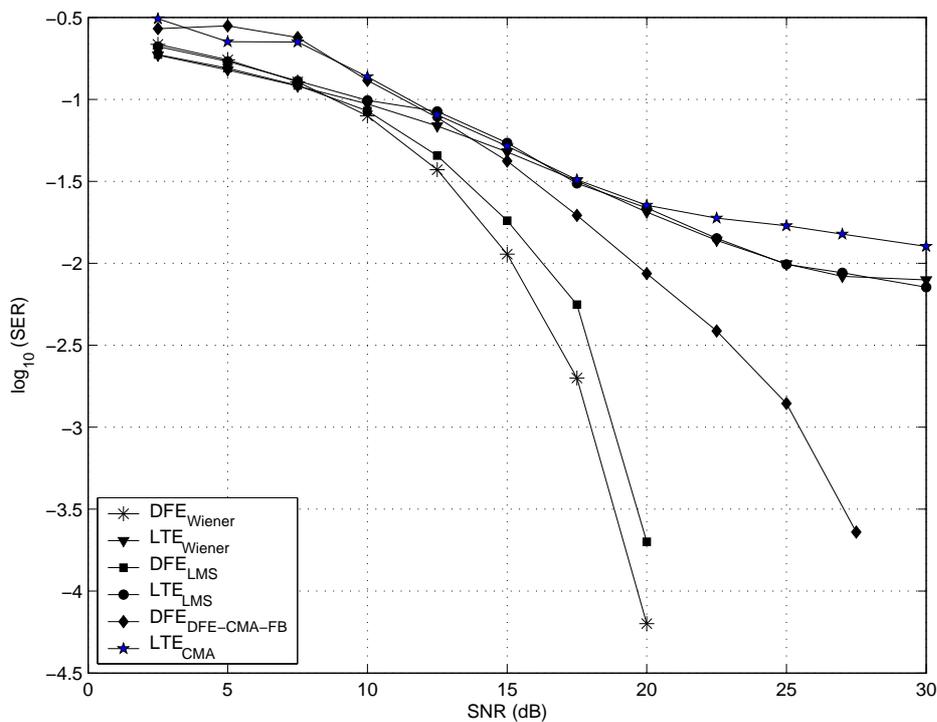


Figura 4.2: Curvas de SER em função da SNR para o LTE e o DFE; Canal  $H_2$ ,  $M = 5$ ,  $M_f = 3$ ,  $M_b = 2$ ,  $\Delta = 3$ , 2-PAM.

Na Figura 4.3 é mostrada a convergência dos coeficientes do LTE e do DFE adaptados respectivamente pelo CMA e pelo DFE-CMA-FB em comparação com a solução de Wiener. Considerando o caso supervisionado da Figura 3.9, página 26, observa-se que a convergência dos coeficientes do DFE é bem mais lenta, o que pode ser contornado por exemplo através do pré-branqueamento do sinal de entrada (HAYKIN, 2002). Além disso, é possível notar

em ambos os casos, que os coeficientes convergem para uma solução próxima à de Wiener com atrasos de  $\Delta = 3$  e  $\Delta = 2$  amostras respectivamente para o LTE e o DFE. No entanto, esse comportamento nem sempre ocorre como foi observado em (ZENG et. al, 1998).

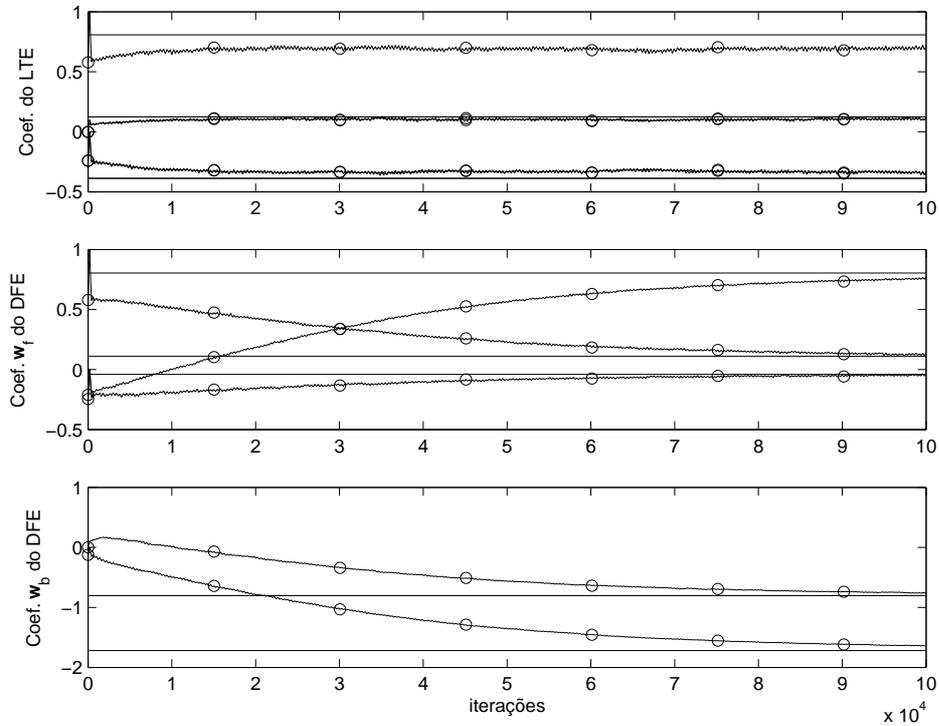


Figura 4.3: Convergência dos coeficientes do LTE e DFE adaptados respectivamente com o CMA ( $M = 5$ ,  $\mu = 0.001$ ) e DFE-CMA-FB ( $M_f = 3$ ,  $M_b = 2$ ,  $\mu = 0.001$ ) em comparação à solução de Wiener (coeficientes indicados por linhas retas); 2-PAM, Canal  $H_2$ , SNR = 25 dB.

O desempenho do CMA para adaptação do LTE pode ser melhorado utilizando-se a idéia da operação concorrente (CHEN, 2003). Às custas de um aumento da complexidade computacional, o CMA+SDD consegue atingir um patamar de MSE menor que o do CMA. Inspirando-se nesse bom comportamento e tendo como objetivo melhorar o desempenho do DFE-CMA-FB, é proposto no capítulo seguinte um algoritmo autodidata concorrente para o DFE.

# Capítulo 5

## Algoritmos concorrentes para adaptação do LTE e do DFE

Neste capítulo, é proposto um algoritmo autodidata concorrente para adaptação do DFE. Na Seção 5.1 o algoritmo do Módulo Constante que opera de forma concorrente com o algoritmo de Decisão Direta Suave é revisitado. Inspirando-se nesse algoritmo é proposto na Seção 5.2 um novo algoritmo autodidata concorrente para o DFE.

### 5.1 O Algoritmo Concorrente de Chen

Nesta seção aborda-se inicialmente o algoritmo de Decisão Direta Suave e o algoritmo concorrente denominado CMA+SDD é então revisitado.

#### 5.1.1 O Algoritmo de Decisão Direta Suave

O algoritmo de Decisão Direta Suave (SDD - *Soft Decision Direct*) foi proposto originalmente em (KARAOGUZ & ADARLAN, 1992) para 4-QAM e estendido em (CHEN et al., 1995) para  $M$ -QAM. Ele é baseado na divisão de tarefas. Assim, a tarefa da equalização de uma sinalização  $M$ -QAM é dividida em subtarefas mais simples (CHEN et al., 1995) que podem ser realizadas pelo algoritmo autodidata proposto em (KARAOGUZ & ADARLAN, 1992). Essa idéia é explicada melhor a seguir.

Após uma convergência "satisfatória", a saída do equalizador pode ser expressa aproxi-

madamente como

$$y(n) \approx a(n - \Delta) + \nu(n) \quad (5.1)$$

sendo  $\nu(n) = \nu_R(n) + j\nu_I(n)$  um ruído do tipo AWGN com  $E\{\nu_R(n)\nu_I(n)\} = 0$  e

$$\rho \triangleq E\{\nu_R^2(n)\} = E\{\nu_I^2(n)\}. \quad (5.2)$$

Desta forma, a função densidade de probabilidade (f.d.p.) *a posteriori* de  $y(n)$  pode ser aproximada por

$$p(y(n)) \approx \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \frac{P_{kl}}{2\pi\rho} \exp \left[ -\frac{|y(n) - a_{kl}|^2}{2\rho} \right] \quad (5.3)$$

sendo  $a_{kl}$  símbolos de uma constelação  $M$ -QAM que pertencem ao conjunto

$$A = \{a_{kl} = (2k - K - 1) + j(2l - K - 1), 1 \leq k, l \leq K\}$$

com  $K = \sqrt{M}$  e  $P_{kl}$  as probabilidades *a priori* de  $a_{kl}$ . Para símbolos equiprováveis  $P_{kl} = 1/M$  com  $1 \leq k, l \leq K$ .

O plano complexo pode ser dividido em  $M/4$  regiões regulares. Neste caso, como indicado na Figura 5.1, cada região  $A_i$  contém quatro símbolos, isto é

$$A_i = \{a_{im}, m = 1, 2, 3, 4\},$$

sendo  $i = 1, 2, \dots, M/4$ . Definindo

$$\varepsilon_{im}(n) = y(n) - a_{im}, \quad (5.4)$$

se a saída do equalizador estiver na região  $A_i$ , uma aproximação local para a f.d.p. *a posteriori* de  $y(n)$  será

$$\hat{p}_i(y(n)) \approx \sum_{m=1}^4 \frac{1}{8\pi\rho} \exp \left[ -\frac{|\varepsilon_{im}(n)|^2}{2\rho} \right]. \quad (5.5)$$

Cabe observar que neste caso a probabilidade *a priori* é igual a  $1/4$ .

O algoritmo SDD minimiza o critério definido pelo logaritmo da f.d.p. local de  $y(n)$ , ou seja

$$J_{MAP} = -E\{\rho \log[\hat{p}_i(y(n))]\}. \quad (5.6)$$

Utilizando um algoritmo do gradiente estocástico para ajustar os coeficientes do equalizador, chega-se a

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) - \mu\xi(n)\mathbf{u}^*(n) \quad (5.7)$$

sendo

$$\xi(n) = \frac{\sum_{m=1}^4 \exp \left[ -\frac{|\varepsilon_{im}(n)|^2}{2\tilde{\rho}} \right] \varepsilon_{im}(n)}{\sum_{m=1}^4 \exp \left[ -\frac{|\varepsilon_{im}(n)|^2}{2\tilde{\rho}} \right]}. \quad (5.8)$$

Para assegurar uma correta separação dos agrupamentos, o parâmetro  $\tilde{\rho}$  deve ser menor que a metade da mínima distância entre dois símbolos vizinhos da constelação (CHEN et al., 1995). Essa é uma “estimativa” do valor de  $\rho$  definido em (5.2). Para se obter uma melhor convergência, a escolha desse parâmetro deve ser feita em cada etapa, o que pode se tornar uma tarefa difícil (CHEN, 2003).

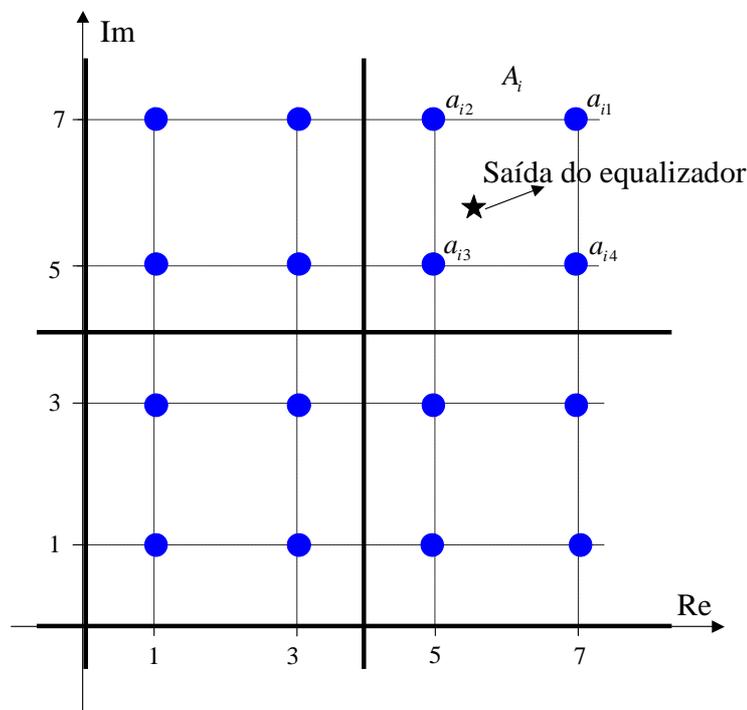


Figura 5.1: Ilustração das regiões locais para a adaptação do algoritmo SDD e 64-QAM (primeiro quadrante do plano complexo).

Como indicado em (5.8), na adaptação dos coeficientes do algoritmo SDD é necessário calcular apenas 4  $\exp(\cdot)$  em cada iteração, o que pode ser implementado através de uma tabela. A tarefa a ser executada para uma constelação  $M$ -QAM é atingida com  $L$  etapas, sendo  $L = \log_2 \sqrt{M}$ . A identificação da região  $A_i$  não causa um aumento significativo na complexidade computacional já que isto requer apenas  $2(L - 1)$  comparações. Desta forma, a complexidade do algoritmo é sempre equivalente à complexidade mínima do caso 4-QAM (CHEN et al., 1995). Considerando por exemplo 64-QAM, o plano complexo é dividido em

$64/4 = 16$  regiões com 4 símbolos como mostrado na Figura 5.1. A primeira etapa consiste na classificação da saída do equalizador nos 4 quadrantes do plano complexo. Supondo que uma amostra da saída é  $5.3 + j5.7$ , ela deve ser classificada no primeiro quadrante, uma vez que sua parte real e sua parte imaginária são positivas. Na segunda etapa a saída deve ser classificada nas 4 regiões existentes no primeiro quadrante. Por fim, na última etapa,  $\xi(n)$  pode ser calculado através da Equação (5.8), utilizando-se os 4 símbolos  $a_{im}$ ,  $m = 1, 2, 3, 4$  da região final  $A_i$ .

### 5.1.2 O Algoritmo CMA+SDD

O CMA é o algoritmo mais utilizado na prática devido à sua baixa complexidade computacional (LICCIARDI, 2003). Em geral, após a convergência, o CMA é chaveado para o algoritmo de Decisão Direta (DD - *Decision Direct*) a fim de minimizar o MSE atingido em regime (MACCHI & EWEDA, 1984). No entanto, para o funcionamento adequado desse esquema, o MSE em regime deve ser suficientemente pequeno o que nem sempre ocorre (DE CASTRO et al., 2001).

Neste contexto, De Castro *et. al* (2001) propuseram uma forma concorrente de operar o algoritmo de Decisão Direta com o CMA para constelação  $M$ -QAM. Para evitar propagação de erros devido às decisões incorretas, a adaptação do algoritmo DD é feita após a do CMA. Seus coeficientes são ajustados apenas se a adaptação do CMA tiver sido considerada correta com uma alta probabilidade (DE CASTRO et al., 2001; CHEN, 2003). Com um aumento moderado na complexidade computacional, o CMA+DD apresenta uma grande melhora de desempenho em relação ao CMA.

Inspirado-se nessa idéia, Chen (2003) propôs uma modificação nesse esquema substituindo o algoritmo de Decisão Direta pelo de Decisão Direta Suave revisitado na seção anterior. O CMA+SDD, também chamado de *bootstrap maximum a posteriori probability* (CHEN et al., 2004), possui uma complexidade computacional menor e uma taxa de convergência mais rápida do que o CMA+DD. Esse algoritmo ainda têm capacidade de corrigir a rotação de fase em constelação  $M$ -QAM que pertençam ao intervalo  $]-\pi/2, \pi/2[$ . Rotações múltiplas de  $\pi/2$  devem ser evitadas através da codificação diferencial (PROAKIS, 1996).

O vetor de coeficientes do LTE adaptado pelo concorrente CMA+SDD é resultante da

soma de dois vetores, ou seja,

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}_c(n) + \mathbf{w}_d(n). \quad (5.9)$$

Os vetores de coeficientes  $\mathbf{w}_c(n)$  e  $\mathbf{w}_d(n)$  são adaptados respectivamente pelo CMA e pelo algoritmo SDD. As operações do algoritmo são apresentadas na Tabela 5.1. Ele possui uma complexidade computacional que fica entre as complexidades do CMA e do concorrente CMA+DD (CHEN, 2003).

Esse algoritmo concorrente, da mesma forma que o CMA, não evita soluções degeneradas. Na seção seguinte é proposto um algoritmo concorrente para adaptação do DFE que evita essas soluções.

<p>Inicialização do algoritmo:</p> $R_2^a = E\{ a(n) ^4\} / E\{ a(n) ^2\}$ $\mathbf{w}_c(0) = \mathbf{w}_d(0) = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0]^T$
<p>Para cada instante de tempo, <math>n = 1, 2, \dots</math>, calcule:</p> $y(n) = \mathbf{u}^T(n) [\mathbf{w}_c(n-1) + \mathbf{w}_d(n-1)]$ $e(n) = ( y(n) ^2 - R_2^a)y(n)$ $\mathbf{w}_c(n) = \mathbf{w}_c(n-1) - \mu_c e(n) \mathbf{u}^*(n)$ <p>Identifique a região <math>A_i</math> fazendo <math>2(L-1)</math> comparações e calcule:</p> $\xi(n) = \frac{\sum_{m=1}^4 \exp\left[-\frac{ \varepsilon_{im}(n) ^2}{2\tilde{\rho}}\right] \varepsilon_{im}(n)}{\sum_{m=1}^4 \exp\left[-\frac{ \varepsilon_{im}(n) ^2}{2\tilde{\rho}}\right]}$ $\mathbf{w}_d(n) = \mathbf{w}_d(n-1) - \mu_d \xi(n) \mathbf{u}^*(n)$

Tabela 5.1: Sumário do CMA+SDD.

## 5.2 O algoritmo Proposto

Propõe-se nessa seção a operação de forma concorrente dos algoritmos SDD e DFE-CMA-FB. O algoritmo resultante, denominado NDEG-SDD-CMA (*Non-Degenerate Soft Decision Directed-CMA*), teve como motivação o bom comportamento do algoritmo concorrente de Chen para adaptação autodidata do LTE e constelação  $M$ -QAM. Desta forma, espera-se que ele evite soluções degeneradas como o DFE-CMA-FB e adquira o bom comportamento dos algoritmos concorrentes. Suas operações consistem basicamente daquelas mostradas na Tabela 4.2 da página 33 adicionadas às operações do algoritmo SDD mostrado em detalhe na Seção 5.1.1.

O algoritmo resultante é mostrado na Tabela 5.2. Cabe notar que  $\mathbf{f}$  and  $\mathbf{b}$  são respectivamente os vetores dos coeficientes dos filtros direto e de realimentação atualizados com o algoritmo SDD (Seção 5.1.1) e  $\mathbf{w}_f$  e  $\mathbf{w}_b$  os vetores de coeficientes atualizados pelo DFE-CMA-FB (Tabela 4.2).

Na Tabela 5.3 as complexidades computacionais dos algoritmos são apresentadas. A complexidade do NEG-CMA-SDD é comparada às dos DFE-CMA e DFE-CMA-FB. Considera-se nas implementações do DFE-CMA e DFE-CMA-FB a compensação de fase antes do decisor com o PTA conforme apresentado na Seção 4.3. Embora o CMA convencional para adaptação autodidata de DFEs, chamado DFE-CMA (SZCZECINSKI & GEI, 2002), não evite soluções degeneradas, ele é considerado aqui para simples comparação. A complexidade do NDEG-SDD-CMA mostrada na Tabela 5.3 foi calculada para constelação 4-QAM. No caso geral, considerando uma constelação  $M$ -QAM, para identificar a região  $A_i$  é necessário adicionar  $2(L - 1)$  comparações, sendo  $L = \log_2 \sqrt{M}$ . Cabe notar que a complexidade computacional do algoritmo proposto é um pouco maior que a complexidade do DFE-CMA-FB.

<p>Inicialização do algoritmo:</p> $\mathbf{w}_f(0) = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0]^T, \quad E_{y_f}(0) = 0$ $\mathbf{f}(0) = \mathbf{g}(0) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{w}_b(0) = \mathbf{b}(0) = \mathbf{0}$
<p>Para cada instante de tempo, <math>n = 1, 2, \dots</math>, calcule:</p> $y_f(n) = \mathbf{u}^T(n) [\mathbf{w}_f(n-1) + \mathbf{f}(n-1)]$ $y_b(n) = \hat{\mathbf{a}}_\Delta^T(n) [\mathbf{w}_b(n-1) + \mathbf{b}(n-1)]$ $y(n) = y_f(n) + y_b(n)$ $e(n) = ( y(n) ^2 - R_2^a)y(n)$ $E_{y_f}(n) = \alpha E_{y_f}(n-1) + (1 - \alpha) y_f(n) ^2$ $\mathbf{g}(n) = \alpha \mathbf{g}(n-1) + (1 - \alpha)y_f(n)\mathbf{u}^*(n)$ $C_w(n) = \ \mathbf{w}_b(n-1)\ ^2 - E_{y_f}(n)$ $\lambda(n) = \lambda_o v(C_w(n))$ $\mathbf{w}_f(n) = \mathbf{w}_f(n-1) + \mu[\lambda(n)\mathbf{g}(n) - e(n)\mathbf{u}^*(n)]$ $\mathbf{w}_b(n) = [1 - \mu\lambda(n)]\mathbf{w}_b(n-1) - \mu e(n)\hat{\mathbf{a}}_\Delta^*(n)$ <p>Identifique a região <math>A_i</math> fazendo <math>2(L-1)</math> comparações e calcule:</p> $\xi(n) = \frac{\sum_{m=1}^4 \exp\left[-\frac{ \varepsilon_{im}(n) ^2}{2\tilde{\rho}}\right] \varepsilon_{im}(n)}{\sum_{m=1}^4 \exp\left[-\frac{ \varepsilon_{im}(n) ^2}{2\tilde{\rho}}\right]}$ $\mathbf{f}(n) = \mathbf{f}(n-1) + \mu_d \xi(n)\mathbf{u}_f^*(n)$ $\mathbf{b}(n) = \mathbf{b}(n-1) + \mu_d \xi(n)\hat{\mathbf{a}}^*(n)$

Tabela 5.2: Sumário do NDEG-SDD-CMA.

Op.	DFE-CMA	DFE-CMA-FB	NDEG-SDD-CMA
$\times$	$8M_f + 8M_b + 19$	$16M_f + 12M_b + 28$	$20M_f + 16M_b + 36$
$+$	$8M_f + 8M_b + 7$	$14M_f + 10M_b + 11$	$20M_f + 16M_b + 25$
$\div$	—	—	1
exp	—	—	4

Tabela 5.3: Complexidade computacional dos algoritmos.

## 5.3 Resultados Experimentais

Nesta seção são apresentados resultados de simulações para o LTE e o DFE considerando os algoritmos concorrentes. Na Seção 5.3.1 são mostrados os resultados obtidos com o algoritmo CMA+SDD. Na Seção 5.3.2 são mostrados os resultados obtidos com o algoritmo NDEG-SDD-CMA para canais de TV digital.

### 5.3.1 Simulações com o LTE

Os coeficientes do canal  $H_3$  (CHEN, 2003) usado nas simulações com o algoritmo concorrente são mostrados na Tabela 5.4 e sua resposta em frequência é apresentada na Figura 5.2.

Coef. Nº	Parte Real	Parte Imag.	Coef. Nº	Parte Real	Parte Imag.
0	0,0145	-0,0006	11	0,0294	-0,0049
1	0,0750	0,0176	12	-0,0181	0,0032
2	0,3951	0,0033	13	0,0091	0,0003
3	0,7491	-0,1718	14	-0,0038	-0,0023
4	0,1951	0,0972	15	0,0019	0,0027
5	-0,2856	0,1896	16	-0,0018	-0,0014
6	0,0575	-0,2096	17	0,0006	0,0003
7	0,0655	0,1139	18	0,0005	0,0000
8	-0,0825	-0,0424	19	-0,0008	-0,0001
9	0,0623	0,0085	20	0,0000	-0,0002
10	-0,0438	0,0034	21	0,0001	0,0006

Tabela 5.4: Resposta ao pulso unitário do canal  $H_3$ .

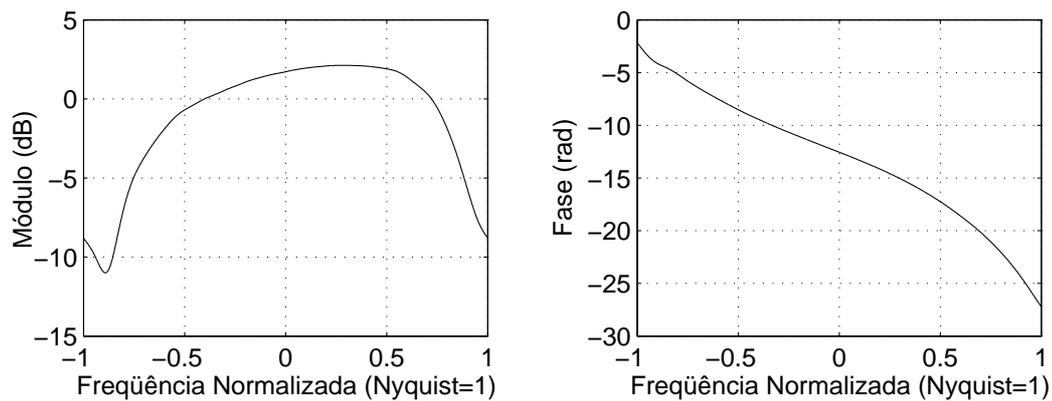


Figura 5.2: Resposta em frequência do canal  $H_3$ .

Na Figura 5.3 são mostradas curvas de ISI residual média para o CMA e o CMA-SDD (CHEN et al., 1995). Além disso, para efeito de comparação o algoritmo SDD também é considerado de forma não-concorrente. Assume-se a transmissão de um sinal com 16-QAM através do canal  $H_3$  com  $\text{SNR} = 30$  dB. Observa-se que o algoritmo concorrente apresenta uma maior velocidade de convergência e um patamar de ISI residual inferior ao do não-concorrente. O algoritmo SDD não-concorrente apresenta em média uma convergência bastante lenta. Além disso, como observado em (CHEN, 2003), o bom funcionamento desse algoritmo depende do ajuste adequado do parâmetro  $\tilde{\rho}$ , o que deve ser feito a cada etapa da adaptação. Isso deixa de ser um problema quando ele é considerado de forma concorrente. Na Figura 5.4 são mostradas as constelações de saída do equalizador, considerando as  $10^3$  últimas iterações de uma realização dos algoritmos. Deve-se notar que os algoritmos concorrentes são capazes de corrigir a rotação de fase que aparece nos não-concorrentes.

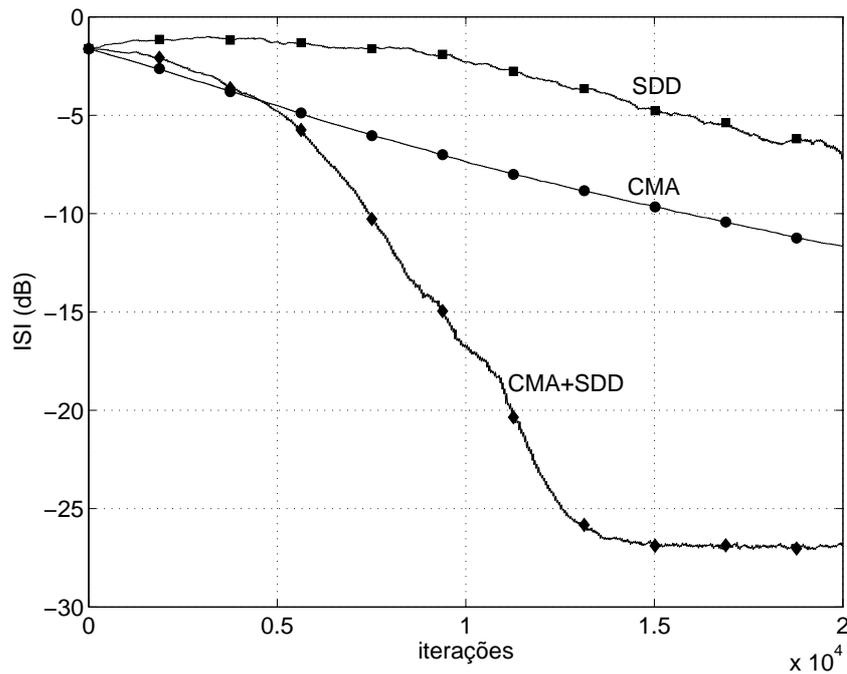


Figura 5.3: ISI residual média para CMA ( $\mu = 1,19 \times 10^{-4}$ ), SDD ( $\mu_d = 10^{-3}$ ,  $\tilde{\rho} = 0,6$ ), CMA+SDD ( $\mu = 1,19 \times 10^{-4}$ ,  $\mu_d = 10^{-3}$ ,  $\tilde{\rho} = 0,6$ );  $M = 23$ , canal  $H_3$ , SNR = 30 dB, 16-QAM e média de 50 realizações.

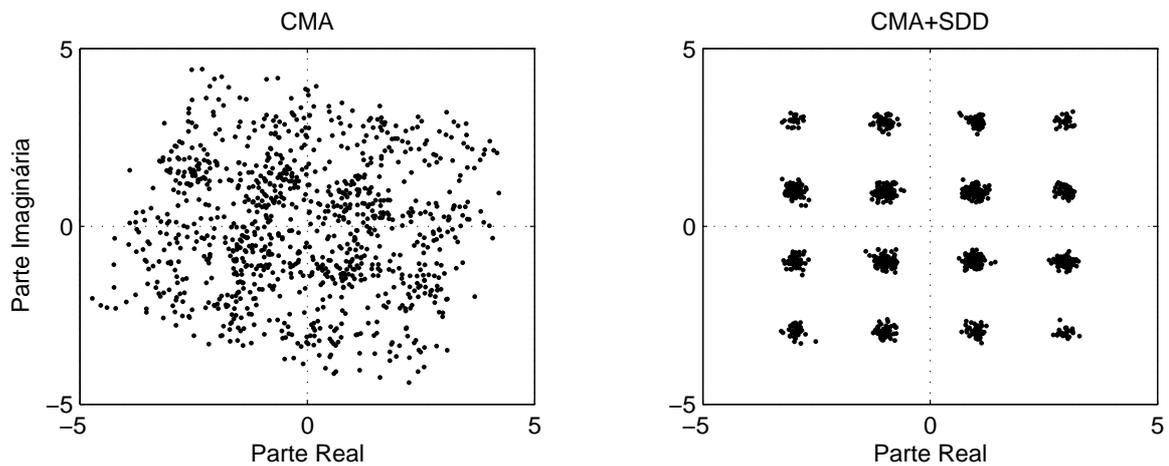


Figura 5.4: Sinal de saída do equalizador entre as iterações 19000 e 20000 dos algoritmos para  $M = 23$ , canal  $H_9$ , SNR = 30 dB e 16-QAM.

### 5.3.2 Simulações com o DFE

Considerou-se um canal de TV de alta definição (HDTV - *High Definition Television*) de uma transmissão metropolitana terrestre (GHOSH, 1998). Neste caso, o sinal é recebido por

um percurso direto entre as antenas de transmissão e recepção e também por reflexões de outros objetos como prédios e/ou morros próximos do receptor. Este cenário é comum em grandes metrópoles como por exemplo Nova Iorque, Tóquio e São Paulo. Os coeficientes, diagrama de zeros, e resposta em frequência do canal  $H_4$  são mostrados na Figura 5.5. Nas simulações o sinal transmitido e o sinal de entrada do equalizador foram normalizados para que tivessem potência unitária, isto é,  $\sigma_a^2 = \sigma_u^2 = 1$ . Essa normalização foi considerada para possibilitar a simplificação da Equação (4.18) e conseqüentemente para que o algoritmo da Tabela 4.2 fosse utilizado sem modificação. O DFE-CMA-FB é implementado considerando a compensação de fase com o PTA conforme apresentado na Seção 4.3<sup>1</sup>.

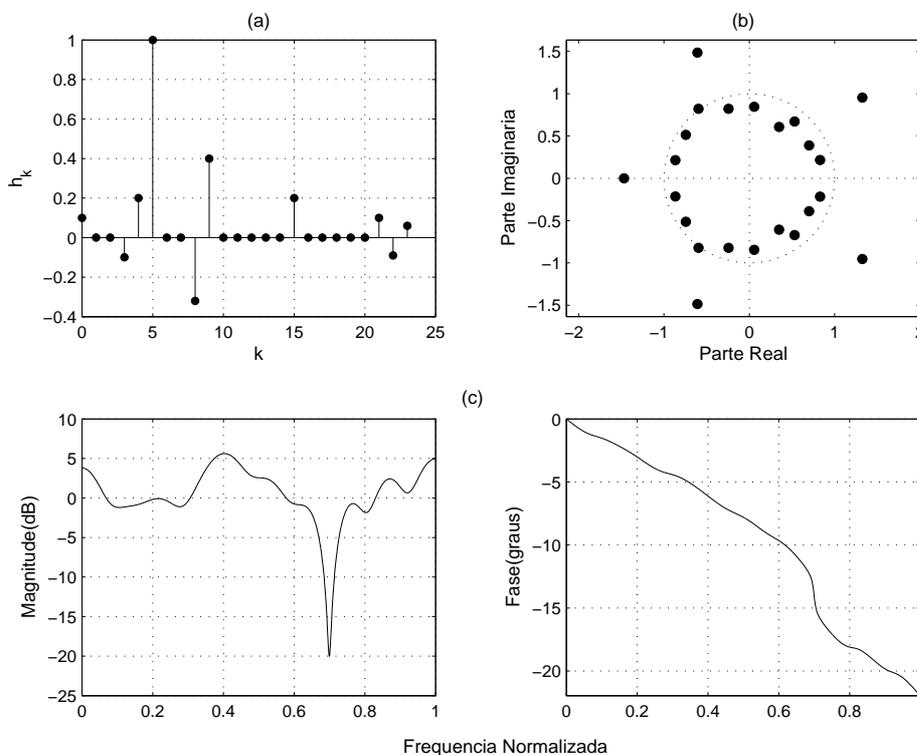


Figura 5.5: (a) Resposta ao pulso unitário, (b) diagrama de zeros e (c) Resposta em frequência do canal  $H_4$ .

O desempenho do NDEG-SDD-CMA é comparado com o do DFE-CMA-FB e o do algoritmo DFE-LMS sem propagação de erros (SPE) para o treinamento do DFE com  $M_f = 11$ ,  $M_b = 17$  e sinalização 16-QAM. Na Figura 5.6 curvas de taxa de erro de símbolo (SER - *Symbol Error Rate*) são mostradas. Como esperado, o algoritmo supervisionado DFE-LMS (SPE) apresenta o melhor desempenho. O NDEG-SDD-CMA apresenta um comportamento

<sup>1</sup>Os resultados dessa seção foram publicados no artigo (SILVA, MIRANDA & SOARES, 2004).

próximo do DFE-CMA-FB para uma relação sinal-ruído (SNR) abaixo de 19 dB mas é melhor que ele para  $\text{SNR} > 22$  dB. Desta forma, o algoritmo proposto apresenta um desempenho próximo ao do DFE-CMA-FB para SNR baixa e é melhor que ele para SNR alta.

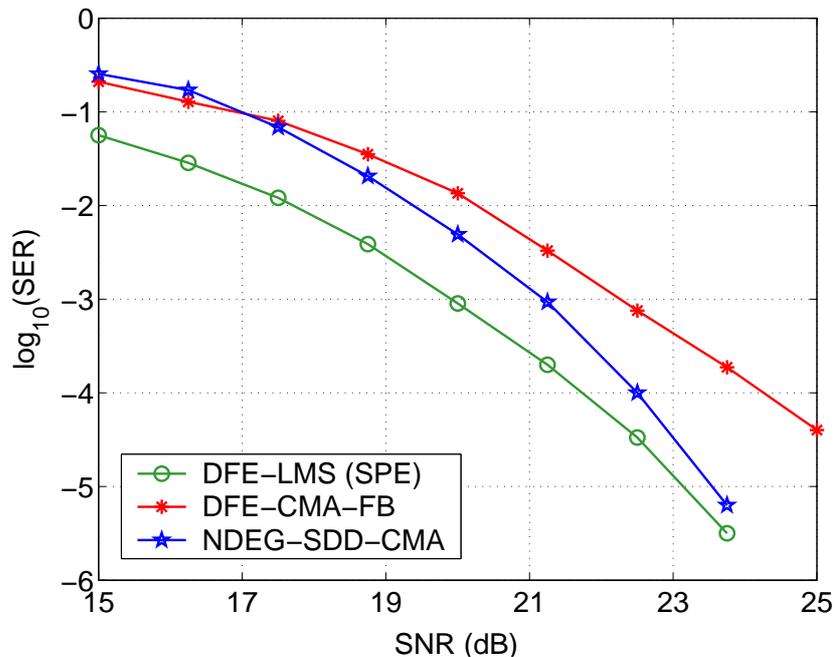


Figura 5.6: Curvas de taxa de erro de símbolo (SER) em função da relação sinal ruído (SNR) para 16-QAM,  $M_f = 11$ ,  $M_b = 17$ , canal  $H_4$ ,  $\sigma_d = 10$ ,  $\mu = 10^{-3}$ ,  $\mu_d = 10^{-2}$ ,  $\mu_\phi = 10^{-2}$ ,  $\tilde{\rho} = 0.06$ .

Na Figura 5.7 são mostradas curvas de erro quadrático médio baseado na decisão, considerando o NDEG-SDD-CMA e o DFE-CMA-FB para  $\text{SNR} = 22.5$  dB e 16-QAM. Para facilitar a visualização, os sinais de erro foram filtrados por um filtro média móvel com 32 coeficientes. Os algoritmos foram ajustados experimentalmente para atingir o mesmo MSE em regime. Cabe observar que o NDEG-SDD-CMA apresenta uma convergência mais rápida que o DFE-CMA-FB.

A fim de investigar o desempenho dos algoritmos em um canal de HDTV com multipercurso não-estacionário, considerou-se o canal

$$H_5(z) = 1 + 0.5\text{sen}((2\pi f n T))z^{-12},$$

sendo  $f = 5$  Hz,  $T = 0.0929$  ms e  $n$  o índice de tempo (GHOSH, 1998). Na Figura 5.8 são mostrados os erros na saída do decisor para 16-QAM,  $\text{SNR} = 20$  dB,  $M_f = 11$  e  $M_b = 17$ . O

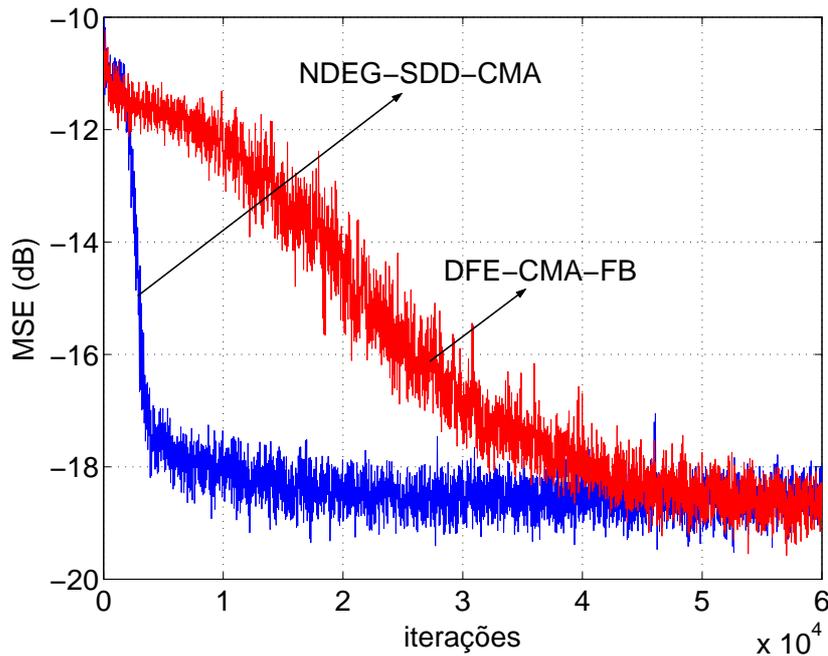


Figura 5.7: MSE baseado na decisão, 16-QAM, canal  $H_4$ , SNR = 22.5 dB, DFE-CMA-FB ( $\mu = 2.5 \times 10^{-4}$ ), NDEG-SDD-CMA ( $\mu = 10^{-3}$ ,  $\mu_d = 10^{-2}$ ,  $\tilde{\rho} = 0.06$ ),  $M_f = 11$ ,  $M_b = 17$ ; média de 50 realizações.

passo de adaptação de cada algoritmo foi experimentalmente ajustado para se obter a melhor capacidade de *tracking*. Os valores absolutos das raízes (zeros) do canal são mostrados na Figura 5.8-d. O canal tem 11 zeros distribuídos de forma homogênea numa circunferência. Desta forma, todos os zeros têm o mesmo valor absoluto. O canal se torna mais difícil de equalizar quando os zeros estão próximos da circunferência unitária. Neste caso, o DFE-CMA-FB apresenta erros em seqüência (Figura 5.8-c) enquanto o algoritmo DFE-LMS (SPE) (Figura 5.8-a) e o NDEG-CMA-SDD (Figura 5.8-b) apresentam recuperações mais rápidas.

Na Figura 5.9 são mostradas curvas de SER para o canal  $H_5$ . Devido aos erros em seqüência, o DFE-CMA-FB apresenta valores de taxa de erro de símbolo elevados. O algoritmo DFE-LMS apresenta o melhor desempenho seguido pelo NDEG-SDD-CMA. Entretanto, este último sofre com baixos valores de SNR. Para SNR < 17.5 dB seu desempenho se torna pior que o do DFE-CMA-FB. Como observado anteriormente, o bom desempenho do algoritmo proposto é obtido para altos valores de SNR.

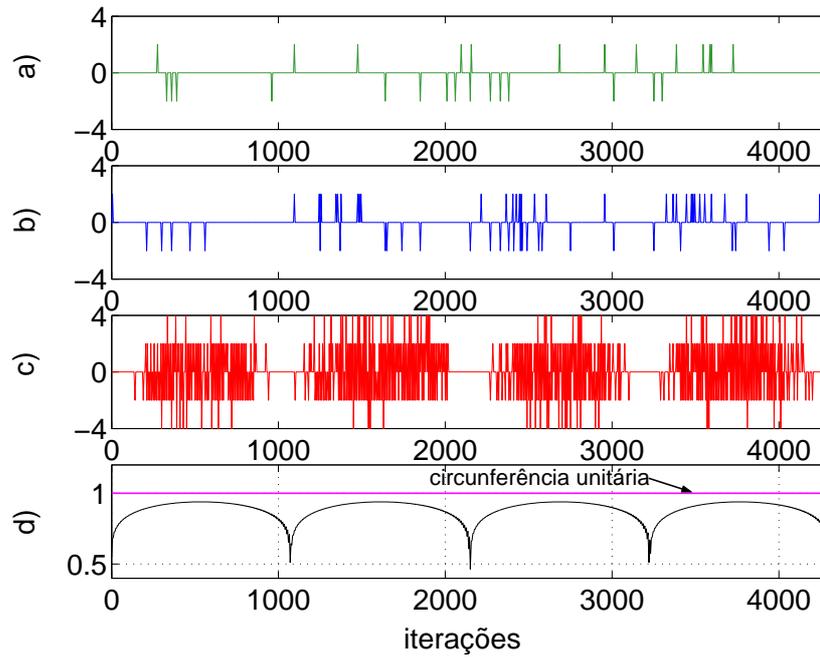


Figura 5.8: Erros na recuperação do sinal para a) DFE-LMS (SPE) ( $\mu = 10^{-2}$ ,  $\sigma_d = 5$ ), b) NDEG-SDD-CMA ( $\mu = 2 \times 10^{-3}$ ,  $\mu_d = 2 \times 10^{-2}$ ,  $\tilde{\rho} = 0.06$ ), c) DFE-CMA-FB ( $\mu = 5 \times 10^{-4}$ ,  $\tilde{\rho} = 0.06$ ,  $\mu_\phi = 5 \times 10^{-3}$ ); d) Módulos dos zeros do canal  $H_5$  ao longo das iterações;  $M_f = 11$ ,  $M_b = 17$ , SNR = 20 dB, 16-QAM.

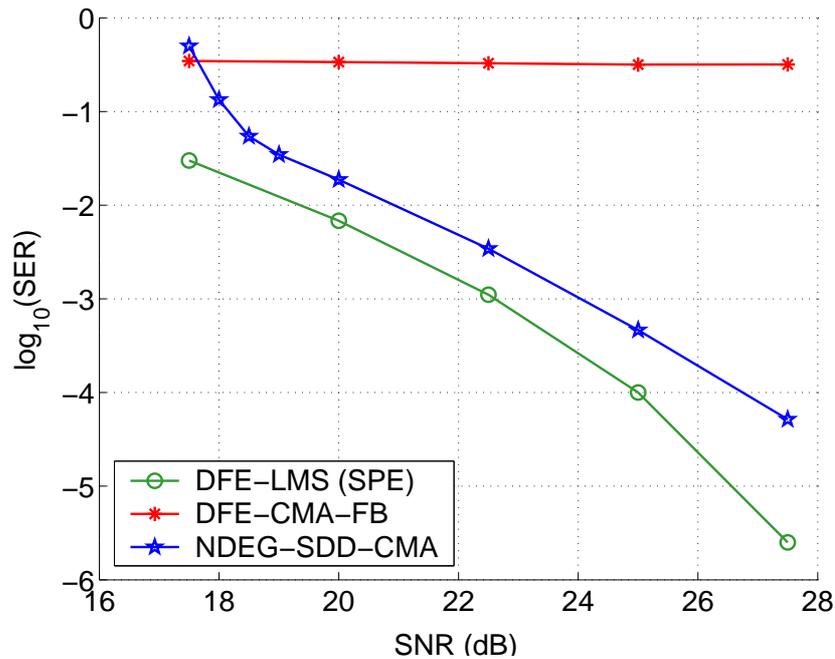


Figura 5.9: Curvas de taxa de erro de símbolo (SER) em função da relação sinal ruído (SNR) para  $M_f = 11$ ,  $M_b = 17$ , canal  $H_5$  e 16-QAM.

# Capítulo 6

## Conclusões

A equalização adaptativa vem sendo amplamente utilizada nos receptores dos sistemas de comunicação atuais. Usualmente ela é feita com um filtro linear transversal (LTE) devido à sua simplicidade e ao pouco esforço computacional requisitado. No entanto, essa estrutura apresenta problemas de desempenho principalmente diante de canais com nulos espectrais. Uma solução não-linear é a baseada no equalizador que utiliza realimentação de decisões passadas (DFE). Esse tipo de equalização permite assegurar um bom desempenho em ambientes difíceis, como em canais com resposta ao pulso unitário longa, com fase não-mínima, nulos espectrais ou mesmo não-linearidades. Além disso, necessita um menor número de coeficientes que o LTE para manter o comportamento adequado. Conseqüentemente, o DFE vem sendo bastante utilizado na prática, como em sistemas de TV digital. Nesta dissertação são abordadas as estruturas do LTE e do DFE considerando equalização assistida e autodata.

No caso da equalização assistida considerou-se a solução de Wiener aplicada a cada uma dessas estruturas. Como esperado observou-se que, para um mesmo canal e com um esforço computacional equivalente, o DFE apresenta uma melhor taxa de erro de símbolo, além de uma maior eficiência na eliminação da ISI residual. Em seguida implementou-se o algoritmo LMS em ambas as estruturas e constatou-se que as soluções obtidas foram próximas às de Wiener.

No caso da equalização autodata considerou-se o algoritmo baseado no critério de Módulo Constante conhecido como CMA. A adaptação do DFE com o CMA pode convergir

---

para soluções degeneradas. Diante disso, analisou-se por simulações o comportamento do algoritmo DFE-CMA-FB proposto em (SZCZECINSKI & GEI, 2002). Esse algoritmo decorre da função custo de Godard com restrições nos filtros direto e de realimentação. Verificou-se que ele evita soluções degeneradas mas apresenta um desempenho insatisfatório em muitas situações. Ainda no contexto de equalização autodidata, considerou-se o LTE adaptado com o algoritmo concorrente para constelações do tipo  $M$ -QAM denominado CMA+SDD e proposto em (CHEN, 2003). Através de simulações, os resultados obtidos anteriormente por Chen foram revistos a fim de comparar o desempenho e velocidade de convergência do CMA+SDD, CMA e SDD. Constatou-se que às custas de um moderado aumento na complexidade computacional, o CMA+SDD apresenta uma convergência mais rápida e um patamar de MSE menor que o CMA. Verificou-se também que a convergência do algoritmo SDD é em média bastante lenta. No entanto, ao ser considerado de forma concorrente, esse algoritmo passa a ter um papel importante possibilitando uma melhora no desempenho do CMA.

Com o objetivo de melhorar o desempenho do algoritmo DFE-CMA-FB, foi proposto no Capítulo 5 o algoritmo NDEG-SDD-CMA (*Non-Degenerate Soft Decision Directed Constant Modulus Algorithm*) para adaptação simultânea dos filtros direto e de realimentação do DFE e sinalização  $M$ -QAM. Esse algoritmo foi inspirado no bom comportamento do CMA+SDD e opera de forma concorrente os algoritmos SDD e DFE-CMA-FB. Foram feitas simulações para avaliar o seu desempenho em relação ao DFE-CMA-FB tomando-se como referência o algoritmo LMS sem propagação de erros. Compararam-se a taxa de erro de símbolo para cada algoritmo e as respectivas velocidades de convergência para um mesmo ambiente de simulação. Os resultados demonstraram que o NDEG-SDD-CMA apresenta:

- um comportamento próximo ao do DFE-CMA-FB para relação sinal-ruído baixa;
- um desempenho superior ao do DFE-CMA-FB e próximo ao do algoritmo LMS para relação sinal-ruído alta.

Diante dos bons resultados obtidos, a complexidade computacional do algoritmo proposto foi avaliada em relação ao DFE-CMA-FB e ao CMA. Verificou-se que houve um aumento moderado no número de operações necessárias para implementar o algoritmo. No entanto, esse aumento não é significativo diante da capacidade dos DSPs (*Digital Signal Processors*)

existentes no mercado. A implementação e testes desse algoritmo em um DSP poderia ser feita num trabalho futuro visando a utilização do mesmo na adaptação do DFE em receptores de TV digital.

# Referências Bibliográficas

- AMARI, S.; CICHOCKI, A. Adaptive blind signal processing - neural network approaches. *Proceedings of the IEEE*, v. 86, p. 2026-2048, Oct. 1998.
- BORYS, A. *Nonlinear aspects of telecommunications: discrete volterra series and nonlinear echo cancellation*. New York: CRC Press, 2001.
- CASAS, R. A. et al. On initialization strategies for blind adaptive DFEs. In: WIRELESS COMMUNICATIONS AND NETWORKING CONFERENCE, New Orleans, 1999. *Proceedings of WCNC'99*. vol. 2, p. 792-796.
- CASAS, R. A. et al. Blind adaptation of decision feedback equalizers based on the constant modulus algorithm. In: ASILOMAR CONFERENCE ON SIGNALS, SYSTEMS & COMPUTERS, 29., Pacific Groove, 1995. *Proceedings*. v. 1, p. 698-702.
- CHEN, S.; COOK, T. B.; ANDERSON, L. C. A comparative study of two blind FIR equalizers. *Signal Processing*, v.14, p.18-36, 2004.
- CHEN, S. Low complexity concurrent constant modulus algorithm and soft directed scheme for blind equalization. *IEE Proceedings - Vision, Image, and Signal Processing*, v. 150, p. 312-320, Oct. 2003.
- CHEN, S.; MCLAUGHLIN, S.; GRANT, P. M.; MULGREW, B. Multi-stage clustering equaliser. *IEEE Transactions on Communications*, v. 43, p.701-705, Feb./Mar./Abr. 1995.
- DE CASTRO, F. C. C.; DE CASTRO, M. C. F.; ARANTES, D. S. Concurrent blind deconvolution for channel equalization. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMMUNICATIONS, Helsinki, 2001. *Proceedings of ICC'2001*. v. 2, p. 366-371.

- DE CASTRO, F. C. C.; DE CASTRO, M. C. F. *Comunicação Digital*. Porto Alegre: Pontífice Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2001. Arquivo de dados (Comunicação Digital - Cap VI), disponível em <http://www.ee.pucrs.br/decastro/download.html>, acessado em fev. 2004.
- DING, Z.; LI, Y. *Blind Equalization and Identification*. New York: Marcel Dekker, 2001.
- MACCHI, O.; EWEDA, E. Convergence analysis of self-adaptive equalizers. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. IT-3, p. 161-176, 1984.
- FORNEY JR., G. D. Maximum-likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interference. *IEEE Transactions on Information Theory*, v.IT-18, n.3, p. 363-378, May 1972.
- GODARD, D. N. Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems. *IEEE Transactions on Communications*, v. COM-28, n. 11, p. 1867-1875, Nov. 1980.
- GHOSH, M. Blind decision feedback equalization for terrestrial television receivers. *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, p. 2070-2081, Oct. 1998.
- HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory*. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- HEIDARY, A.; NASIRI-KENARI, M. A family of simple blind phase recovery algorithms. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INTELLIGENT SIGNAL PROCESSING AND COMMUNICATION, Honolulu, 2000. *Proceedings of ISPACS'2000*. vol. 1, p. 24-28.
- KARAOGUZ, J.; ADARLAN, S. H. A soft decision-direct blind equalization algorithm applied to equalization of mobile communication channels. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMMUNICATIONS, Chicago, 1992. *Proceedings of ICC'92*. v. 3, p. 343.4.1-343.4.5.
- KECHRIOTIS, G.; ZERVAS, E.; MANOLAKOS, E. S. Using recurrent neural networks for blind equalization of linear and nonlinear communication channels. In: MILITARY COMMUNICATIONS CONFERENCE, San Diego, 1992. *Proceedings of MILCOM*. p. 784-788.

- LABAT, J.; MACCHI, O.; LAOUT, C. Adaptive decision feedback equalization: can you skip the training period? *IEEE Transactions on Communications*, v. 46, p. 921-930, July 1998.
- LICCIARDI JR., A. N. *Sobre o método super-exponencial de deconvolução autodidata*. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)-Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2003.
- MULGREW, B. Applying radial basis function. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 13, p. 50-65, Mar. 1996.
- PAPADIAS, C. B.; PAULRAJ, A. Decision-feedback equalization and identification of linear channels using blind algorithms of the bussgang type. In: ASILOMAR CONFERENCE ON SIGNALS, SYSTEMS & COMPUTERS, 29., Pacific Groove, 1995. *Proceedings*. v. 1, p. 335-340.
- PROAKIS, J. G. *Digital Communications*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 1996.
- QUERESHI, S. H. Adaptive equalization. *Proceedings of the IEEE*, v.73, n.9, p. 1349-1387, Sept. 1985.
- SAYED, A. H. *Fundamentals of Adaptive Filtering*. 1. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003.
- SHALVI, O.; WEINSTEIN, E. New criteria for blind deconvolution of non-minimum phase systems (channels). *IEEE Transactions on Information Theory*, v. IT-36, p. 312-321, 1990.
- SILVA, M. T. M.; MIRANDA, M. D.; SOARES, R. Concurrent Blind Decision Feedback Equalizer. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON TELECOMMUNICATIONS, 2004c, Santa Rita do Sapucaí. *Proceedings of IWT'2004*, p. 107-112.
- SILVA, M. T. M. *Um estudo sobre técnicas de equalização autodidata*. 2003. Tese (Doutorado em Engenharia), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- SILVA, M. T. M. *Equalização não-linear de canais de comunicação*. 2001. 177p. Dissertação (Mestrado em Engenharia), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

- SZCZECINSKI, L. L.; GEI, A. Blind decision feedback equalisers, how to avoid degenerative solutions. *Signal Processing*, vol. 82, pp. 1675-1693, 2002.
- TONG, L.; LIU, D. Blind predictive decision-feedback equalization via the constant modulus algorithm. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ACOUSTICS, SPEECH, AND SIGNAL PROCESSING, Munich, 1997. *Proceedings of ICASSP'97*. p. 3901-3904.
- TREICHLER, J. R.; FIJALKOW, I.; JOHNSON JR., C. R. Fractionally spaced equalizers. *IEEE Signal Processing Magazine*, p. 65-81, May 1996.
- WIDROW, B.; STEARNS, S.D. *Adaptive Signal Processing*. New Jersey: Prentice Hall, 1985.
- ZENG, H. H.; TONG, L.; JOHNSON JR., R. Relationships between the constant modulus and Wiener receivers. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 44, p. 1523-1538, July 1998.

## ERRATA

Página	Linha	Onde se lê	Leia-se
iii	7	high definition television (HDTV)	digital television (DTV)
vi	9	HDTV High Definition Television (TV de alta definição)	DTV Digital Television (TV digital)
vi	15	Non-Degenerate	Non-Degenerative
4	10	QUERESHI	QURESHI
8	9		
10	3		
27	6		
56	14		
5	6	Non-Degenerate	Non-Degenerative
12	Figura 2.5	$z^{-\Delta}$	$z^{-\Delta-1}$
18	15	...nulos espectrais o que torna...	...nulos espectrais, o que pode tornar...
19	Figura 3.1-(c)	(graus)	(radianos)
19	Figura 3.2-(c)	(graus)	(radianos)
31	9	...uma vez que que...	...uma vez que...
31	12	Isto implica em	Isto implica
40	22	Inspirado-se...	Inspirando-se...
40	26	...a rotação de fase em constelação $M$ -QAM que pertençam ao intervalo $]-\pi/2, \pi/2[$ .	...a rotação de fase não-múltipla de $\pi/2$ em constelação $M$ -QAM.
41	4	As operação...	As operações...
42	3	Non-Degenerate	Non-Degenerative
42	10	<b>f</b> and <b>b</b>	<b>f</b> e <b>b</b>
42	15	NEG-CMA-SDD	NDEG-SDD-CMA
43	Tabela 5.2	$\mathbf{f}(n) = \mathbf{f}(n-1) + \mu_d \xi(n) \mathbf{u}_f^*(n)$	$\mathbf{f}(n) = \mathbf{f}(n-1) - \mu_d \xi(n) \mathbf{u}_f^*(n)$

Página	Linha	Onde se lê	Leia-se
43	Tabela 5.2	$\mathbf{b}(n) = \mathbf{b}(n - 1) + \mu_d \xi(n) \hat{\mathbf{a}}^*(n)$	$\mathbf{b}(n) = \mathbf{b}(n - 1) - \mu_d \xi(n) \hat{\mathbf{a}}^*(n)$
45	11	Deve-se notar que os algoritmos concorrentes são capazes de corrigir a rotação de fase que aparece nos não-concorrentes.	Deve-se notar que o algoritmo concorrente é capaz de corrigir a rotação de fase que aparece no não-concorrente.
46	Figura 5.4 (legenda)	canal $H_0$	canal $H_3$
46	1	TV de alta definição HDTV High Definition Television	TV digital DTV Digital Television
47	Figura 5.5-(c)	(graus)	(radianos)
48	10	HDTV	DTV
51	11	...são abordadas...	...foram abordadas...
52	15	Non-Degenerate	Non-Degenerative
55	6	<i>IEEE Trnasactions...</i>	<i>IEEE Transactions...</i>
55	15	3. ed.	4. ed.
55	16	...phase recorevy...	...phase recovery...
56	2	...trainning period?	...training period?
56	23	...equalização autodidata. 2003.	...equalização autodidata. 2005.
56	23	...São Paulo, 2004.	...São Paulo, 2005.
57	5	<i>Proccedings of ICASSP'97.</i>	<i>Proceedings of ICASSP'97.</i>