

UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**SOBRE EQUALIZADORES AUTODIDATAS DE
DECISÃO REALIMENTADA APLICADOS
A SISTEMAS MULTIUSUÁRIO**

João Mendes Filho

Orientador: Magno Teófilo Madeira da Silva

Dissertação de Mestrado apresentada
ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, como parte das
exigências para obtenção do Grau de
Mestre

São Paulo
2006

“Education is what remains after one has forgotten everything he learned in school.”

Albert Einstein

Aos meus queridos pais,
João e Maria

Agradecimentos

Este trabalho corresponde a um importante período de minha vida, já que tive a oportunidade de conviver com pessoas excelentes e também por ter crescido como pessoa e como profissional. Agradecer aos que participaram desse processo de aperfeiçoamento não é nada fácil, principalmente pela busca dos adjetivos e palavras adequados. Na verdade, tais agradecimentos apenas servem para tentar expressar minha eterna e infinita gratidão àqueles que prestaram um suporte inestimável, contribuindo para que atingisse meus objetivos.

Ao orientador e amigo Magno Teófilo Madeira da Silva por sua ética, perseverança, honestidade, dedicação, incansável apoio (a todos os seus alunos) e, sobretudo, por sua abnegação na arte de ensinar. Aqueles que nele se espelham certamente construirão um mundo melhor.

À Maria D. Miranda por sua amizade, ética, sabedoria, paciência e, principalmente, por sua inesgotável determinação em fazer as coisas como devem ser feitas.

Aos demais professores do programa de pós-graduação em engenharia elétrica pela amizade e pelos conhecimentos adquiridos.

Aos demais funcionários do programa pela inestimável cooperação.

Aos meus familiares por terem compreendido a importância deste estudo e o tempo a ele dedicado.

Aos colegas do curso de mestrado pela amizade e pelo constante incentivo.

À CAPES e ao MACKPESQUISA por suportarem financeiramente este trabalho.

Por último, porém meu maior agradecimento, à Deus, por estar sempre presente em meu caminho.

Resumo

Devido à crescente demanda por comunicações móveis, equalizadores adaptativos autodidatas desempenham um importante papel na melhoria da eficiência da transmissão de dados. Nesse cenário, destaca-se o equalizador de decisão realimentada (DFE - *Decision Feedback Equalizer*), que apresenta um compromisso favorável entre custo computacional e comportamento eficiente, principalmente quando comparado ao equalizador linear transversal. Neste trabalho, a adaptação autodidata do DFE é investigada tanto no caso mono quanto no multiusuário. Considerando o caso monousuário, revisitam-se as condições de equalização perfeita com o DFE, assumindo realimentação de decisões corretas e ausência de ruído. Revisitam-se também dois algoritmos do gradiente estocástico para adaptação autodidata conjunta dos filtros direto e de realimentação do DFE. O primeiro é baseado na função custo do Módulo Constante com uma restrição imposta, a fim de se evitar soluções degeneradas. O segundo considera a minimização de uma função custo que leva em conta a função densidade de probabilidade do sinal de saída do equalizador. Este último, conhecido na literatura como algoritmo de Decisão Direta Suave (SDD - *Soft Decision-Direct*), foi proposto para recuperação de sinais com modulação do tipo QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*). A partir da divisão do espaço complexo em regiões contendo constelações do tipo 4-QAM, é proposta uma modificação ao algoritmo SDD baseada nos centros dessas regiões. O algoritmo resultante apresenta uma relação mais favorável entre velocidade de convergência e complexidade computacional. Ainda com o intuito de mitigar o erro quadrático resultante da adaptação autodidata, considera-se a utilização de algoritmos concorrentes baseados nos algoritmos supracitados. Como cerne desta dissertação, as condições de equalização perfeita e os algoritmos abordados são estendidos para o caso multiusuário. Resultados de simulações evidenciam que o algoritmo SDD modificado e sua adaptação concorrente com o algoritmo do Módulo Constante com restrição apresentam vantagens em termos de velocidade de convergência para adaptação autodidata do DFE na recuperação de sinais do tipo QAM.

Abstract

Due to the growing demand for mobile communications, adaptive equalizers play an important role for enhancing the efficiency of data transmission. In this scenario, the Decision Feedback Equalizer (DFE) stands out. It presents a favorable tradeoff between computational cost and efficient behavior, mainly when compared to Linear Transversal Equalizer. In this work, the blind adaptation of DFE is investigated for the single and multiuser cases. In the single user case, the perfect equalization conditions for the DFE are revisited, considering the absence of noise and feedback of correct decisions. Assuming the joint blind adaptation of the DFE's feedforward and feedback filters, two stochastic gradient algorithms are also revisited. The first is based on the Constant Modulus cost function, subjected to a constraint to avoid degenerate solutions. The second considers the minimization of a cost function that takes into account the probability density function of the equalizers's output. This latter, known in the literature as the Soft Decision-Directed (SDD) algorithm, was proposed for the recovery of signals based on the Quadrature Amplitude Modulation (QAM). From the division of the complex plane into regions containing 4-QAM type constellations, we propose a modification in the SDD algorithm based on the centers of these regions. The resulting algorithm presents a more favorable tradeoff between convergence rate and computational cost. Moreover, in order to mitigate the steady-state mean-square error, we consider concurrent algorithms based on the previous mentioned. As a core of this dissertation, the perfect equalization conditions and the remarked algorithms are extended to the multiuser case. Simulation results point out that the Modified SDD algorithm and its concurrent adaptation with the constrained Constant Modulus Algorithm present advantages in terms of convergence rate for the blind adaptation of DFE in the recovering of QAM signals.

Sumário

Lista de Abreviaturas	viii
Lista de Símbolos	x
Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xvi
1 Introdução	1
1.1 Considerações gerais	1
1.2 Sistemas de uma única entrada e única saída	3
1.3 Sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas	8
1.4 Contribuições desta dissertação	10
1.5 Tópicos abordados nos demais capítulos	12
2 Equalização autodidata para o caso monousuário	14
2.1 O equalizador de decisão realimentada	14
2.2 O algoritmo do Módulo Constante e o algoritmo para correção de fase	19
2.3 O algoritmo do Módulo Constante que evita soluções degeneradas	22
2.4 O algoritmo SDD - <i>Soft Decision-Directed</i>	27
2.5 O algoritmo autodidata concorrente de CHEN	37
2.6 Conclusões	40
3 Equalização autodidata para o caso multiusuário	41
3.1 Sistemas multiusuário a partir da equalização de decisão realimentada	41
3.2 O algoritmo espaço-temporal autodidata para o DFE	47

3.3	O algoritmo espaço-temporal autodidata concorrente para o DFE	50
3.4	Conclusões	53
4	Resultados de Simulação	54
4.1	Parâmetros de comparação	54
4.2	Canais utilizados nas simulações	55
4.3	Avaliação do MU-DFE-CMA-FB	62
4.4	Avaliação do MU-NDEG-SDD-CMA	69
4.5	Avaliação do MU-MSDD e sua versão concorrente	75
4.5.1	Caso multiusuário	75
4.5.2	Caso monousuário	82
5	Conclusões e trabalhos futuros	86
5.1	Conclusões	86
5.2	Trabalhos futuros	88
	Referências Bibliográficas	89
	Apêndice	95
A	Artigo apresentado no ITS2006	95

Lista de Abreviaturas

AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i> (Ruído Branco, Aditivo e Gaussiano)
BER	<i>Bit Error Rate</i> (Taxa de Erro De Bit)
BSS	<i>Blind Source Separation</i> (Separação Autodidata de Fontes)
CDMA	<i>Code Division Multiple Access</i> (Acesso Múltiplo por Divisão de Código)
CMA	<i>Constant Modulus Algorithm</i> (Algoritmo do Módulo Constante)
CMA+DD	<i>Constant Modulus Algorithm + Decision-Directed</i>
CMA+SDD	<i>Constant Modulus Algorithm + Soft Decision-Directed</i>
DD	<i>Decision-Directed</i> (Decisão Direta)
DDLMS	<i>Decision-Directed Least Mean Squares</i>
DFE	<i>Decision Feedback Equalizer</i> (Equalizador de Decisão Realimentada)
DFE-CMA-FB	<i>Decision Feedback Equalizer-Constant Modulus Algorithm With Feedback</i>
DFE-LMS	<i>Decision Feedback Equalizer-Least Mean Square</i>
f.d.p.	Função Densidade de Probabilidade
FIR	<i>Finite Impulse Response</i> (Resposta Impulsiva Finita)
HDTV	<i>High Definition Television</i> (TV de Alta Definição)
i.i.d.	Independente e Identicamente Distribuída
ISI	<i>Intersymbol Interference</i> (Interferência Intersimbólica)
IUI	<i>Inter-User Interference</i> (Interferência Entre Usuários)
LMS	<i>Least Mean Squares</i>
LTE	<i>Linear Transversal Equalizer</i> (Equalizador Linear Transversal)
MAI	<i>Multiple Access Interference</i>
MAP	<i>Maximum A-Posteriori Probability</i>
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
MSDD	<i>Modified Soft Decision-Directed</i>
MSE	<i>Mean Square Error</i> (Erro Quadrático Médio)

MU	<i>Multiuser</i>
NDEG-SDD-CMA	<i>Non-Degenerate Soft Decision-Directed Constant Modulus Algorithm</i>
NDEG-MSDD-CMA	<i>Non-Degenerate Modified Soft Decision-Directed CMA</i>
PAM	<i>Pulse Amplitude Modulation</i>
PTA	<i>Phase Tracking Algorithm</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
SDD	<i>Soft Decision-Directed</i> (Decisão Direta Suave)
SDD03	<i>Soft Decision-Directed</i> (implicitamente proposto por CHEN (2003))
SDD95	<i>Soft Decision-Directed</i> (proposto por CHEN (1995))
SE	<i>Square Error</i> (Erro quadrático)
SER	<i>Symbol Error Rate</i> (Taxa de Erro de Símbolo)
SGA	<i>Stochastic Gradient Algorithm</i> (Algoritmo do Gradiente Estocástico)
SISO	<i>Single Input Single Output</i>
SNR	<i>Signal-To-Noise Ratio</i> (Relação Sinal-Ruído)
SPE	Sem Propagação de Erros
SU	<i>Single User</i> (Monousuário)
TDMA	<i>Time Division Multiple Access</i> (Acesso Múltiplo por Divisão Do Tempo)

Lista de Símbolos

n	instante de tempo
$\mathbf{H}$	matriz de convolução do canal
$\mathcal{H}$	matriz de convolução do canal/sub-canal
$\mathcal{H}_{fb}$	matriz de convolução do canal equivalente
$\mathbf{H}_{fb}$	matriz de convolução do canal equivalente para o caso MIMO
$\mathbf{H}(z)$	função de transferência do canal
h_k	k -ésima amostra da resposta ao pulso unitário do canal
a	símbolo transmitido
e, e_c, e_d	erro ou sinal de correção do algoritmo considerado
$\hat{a}$	estimativa do símbolo transmitido
x	sinal de saída do canal sem ruído
σ_a^2	variância do sinal transmitido
η, ν	ruído branco, aditivo e gaussiano
u	sinal de entrada do receptor
σ_u^2	variância do sinal de entrada do receptor
σ_η^2	variância do ruído
y	sinal de saída do equalizador
y_f	sinal de saída do filtro direto do DFE
y_b	sinal de saída do filtro de realimentação do DFE
K	variável independente
K_c	número de coeficientes de cada sub-canal do sistema MIMO
L	número de antenas ou sensores
L_t	número de etapas ou tarefas do algoritmo SDD
M	número de símbolos da constelação M -QAM

M_b	número de entradas do filtro de realimentação do DFE
M_f	número de entradas do filtro direto do DFE
M_t	número de coeficientes do equalizador linear
N	número de fontes de informação
N_h	número de coeficientes do canal
Δ	atraso em número de amostras
$\mathbf{w}$	vetor de coeficientes
$\mathbf{w}_f$	vetor de coeficientes do filtro direto
$\mathbf{w}_b$	vetor de coeficientes do filtro de realimentação
$\mathbf{w}^H$	hermitiano (transposto do complexo conjugado) do vetor $\mathbf{w}$
$\mathbf{w}^*$	complexo conjugado do vetor $\mathbf{w}$
$\mathbf{w}^T$	transposto do vetor $\mathbf{w}$
$\mu, \mu_c, \mu_d, \mu_\varphi$	passos de adaptação
$\mathbf{d}$	sinal desejado
$\mathbf{R}$	matriz de autocorrelação
$E[\cdot]$	operador esperança matemática
J_{MSE}	função custo do erro quadrático médio
J_G	função custo de Godard
$J_{G_{MIMO}}$	função custo MIMO
λ	multiplicador de Lagrange
α	fator de esquecimento
v	função degrau unitário
s_f	resposta combinada
$\mathbf{w}_{fb}$	vetor-coeficientes direto e de realimentação concatenados
$\mathbf{u}_{fb}$	vetor-entradas direta e de realimentação concatenadas
K_t	diversidade temporal
K_e	diversidade espacial
$\hat{\mathbf{r}}$	vetor estimativa de correlação cruzada
ξ	fator de multiplicação do vetor estimativa de corr. cruzada
ϵ	erro de estimativa de correlação cruzada

C_w	variável considerada no DFE-CMA-FB
c	fator de ponderação do erro no MSDD
φ	fase do sinal de saída do equalizador
k, l, m	variáveis independentes
$\tilde{\rho}$	variância do ruído no SDD/MSDD

Lista de Figuras

1.1	Modelo de sistema de comunicação de tempo discreto.	4
1.2	Modelo do equalizador linear transversal.	5
1.3	Modelo do equalizador de decisão realimentada.	6
1.4	Diagrama simplificado do problema de separação de fontes.	9
1.5	Diagrama de blocos com as contribuições desta dissertação.	12
2.1	Sistema de comunicação com DFE.	15
2.2	Ilustração de uma constelação 4-QAM e um valor possível da saída do equalizador $y(n)$	28
2.3	Curvas do erro de decisão para os algoritmos DD e SDD em função de $y(n)$, considerando diferentes valores de $\tilde{\rho}$ e sinal 2-PAM.	29
2.4	Esboço da constelação 16-QAM, com a identificação dos centros considerados durante as 2 etapas para a atualização dos coeficientes do equalizador pelo SDD95. Na segunda tarefa, os centros já correspondem aos símbolos da constelação 16-QAM.	31
2.5	Esboço da constelação 64-QAM, com a identificação dos centros considerados durante as 3 etapas para a atualização dos coeficientes do equalizador pelo SDD95. Na terceira tarefa, os centros já correspondem aos símbolos da constelação 64-QAM.	32
2.6	Ilustração das regiões “4-QAM” para a adaptação do algoritmo SDD03 e uma constelação 64-QAM.	33
2.7	Classificação dos centros das regiões “4-QAM” em função de suas distâncias em relação à origem do plano complexo, para a constelação 64-QAM.	36

3.1	Modelo do sistema MIMO-DFE, $N = 2$, $L = 3$	43
4.1	Módulo, em função da frequência, para cada sub-canal do Canal 1, invariante.	57
4.2	Variação dos coeficientes da resposta impulsiva, para cada sub-canal, no caso do Canal 2, variante.	58
4.3	Módulo em função da frequência para o Canal 3, invariante de (CHEN <i>et al.</i> , 1995).	60
4.4	Módulo, em função da frequência, para cada sub-canal do Canal 4, complexo e invariante.	61
4.5	DFE-1 Erros na saída considerando a) MU-DFE-CMA-FB e b) MU-CMA; c) Erro quadrático; $\mu = 0.001$; $\xi = 4$; $(12; 2)_{15}$; Canal-1; SNR = 30 dB.	64
4.6	MSE com base em decisão; média de conjunto de 50 realizações; MIMO-DFE adaptado com MU-DFE-CMA-FB ($\mu = 0.0005$, $(12; 2)_{15}$) e com MU-LMS ($\mu = 0.002$); MIMO-LTE adaptado com MU-CMA ($\mu = 0.0005$, $(5; 7)_{21}$), $\xi = 1.5$; Canal-1; SNR = 20 dB.	65
4.7	Logaritmo de BER para o Canal-1; MU-DFE-CMA-FB $((12; 2)_{15})$; MU-CMA $((17; 19)_{21})$; símbolos transmitidos: 10^7	67
4.8	Erros na saída do Equalizador-2 de a) MIMO-DFE adaptado com MU-DFE-CMA-FB ($\mu = 0.0075$, $(10; 3)_{15}$), b) MIMO-DFE adaptado com MU-LMS ($\mu = 0.01$), c) MIMO-LTE adaptado com MU-CMA ($\mu = 0.01$, $(5; 7)_{21}$), d) erro quadrático; $\xi = 4$; Canal-2; SNR = 30 dB.	68
4.9	Constelações das saídas dos equalizadores 1 e 2 para os algoritmos MU-DFE-CMA-FB, MU-SDD e MU-NDEG-SDD-CMA, para $SNR = 20$ dB, quando da utilização do Canal 4 e demais condições da Tabela 4.5.	71
4.10	Constelações das saídas dos equalizadores 1 e 2 para os algoritmos MU-DFE-CMA-FB, MU-SDD e MU-NDEG-SDD-CMA, para $SNR = 25$ dB, quando da utilização do Canal 4 e demais condições da Tabela 4.5.	72
4.11	Constelações das saídas dos equalizadores 1 e 2 para os algoritmos MU-DFE-CMA-FB, MU-SDD e MU-NDEG-SDD-CMA, para $SNR = 30$ dB, quando da utilização do Canal 4 e demais condições da Tabela 4.5.	73

4.12	Erro quadrático médio de decisão para os equalizadores 1 e 2, após 50 realizações, para $SNR = 20\text{ dB}$ (curvas a_1 e a_2), $SNR = 25\text{ dB}$ (curvas b_1 e b_2) e $SNR = 30\text{ dB}$ (curvas c_1 e c_2), quando da utilização do Canal 4 e demais condições da Tabela 4.5.	74
4.13	Erro quadrático médio de decisão para os equalizadores 1 e 2, após 25 realizações e $SNR = 20\text{ dB}$, quando da utilização do Canal 4.	77
4.14	Erro quadrático médio de decisão para os equalizadores 1 e 2, após 25 realizações $SNR = 25\text{ dB}$, quando da utilização do Canal 4.	78
4.15	Erro quadrático médio de decisão para os equalizadores 1 e 2, após 25 realizações e $SNR = 30\text{ dB}$, quando da utilização do Canal 4.	79
4.16	Constelações das saídas dos equalizadores 1 e 2 para os algoritmos MU-DFE-CMA-FB, MU-CMA e MU-SDD, para $SNR = 30\text{ dB}$ e sinais 64-QAM, quando da utilização do Canal 4.	80
4.17	Constelações das saídas dos equalizadores 1 e 2 para os algoritmos MU-MSDD, MU-NDEG-SDD-CMA e MU-NDEG-MSDD-CMA, para $SNR = 30\text{ dB}$ e sinais 64-QAM, quando da utilização do Canal 4.	81
4.18	Erro quadrático médio para o equalizador, após 25 realizações e $SNR = 20\text{ dB}$, quando da utilização do Canal 3.	83
4.19	Erro quadrático médio para o equalizador, após 25 realizações e $SNR = 25\text{ dB}$, quando da utilização do Canal 3.	83
4.20	Erro quadrático médio para o equalizador, após 25 realizações e $SNR = 30\text{ dB}$, quando da utilização do Canal 3.	84
4.21	Constelações da saída do equalizador para os algoritmos DFE-CMA-FB, CMA, SDD, MSDD, NDEG-SDD-CMA e NDEG-MSDD-CMA, para $SNR = 30\text{ dB}$, quando da utilização do Canal 3.	85

Lista de Tabelas

2.1	Sumário do CMA na adaptação do DFE com o PTA incorporado.	21
2.2	Sumário do DFE-CMA-FB na adaptação do DFE com o PTA incorporado. .	26
2.3	Símbolos possíveis para a segunda tarefa do SDD95 para 16-QAM.	31
2.4	Sumário do MSDD.	37
2.5	Sumário do NDEG-MSDD-CMA.	39
3.1	Sumário do MU-DFE-CMA-FB na adaptação do MIMO-DFE.	49
3.2	Sumário do MU-MSDD na adaptação do MIMO-DFE.	51
3.3	Sumário do MU-NDEG-MSDD-CMA na adaptação do MIMO-DFE.	52
4.1	Coefficientes do Canal 1.	56
4.2	Coefficientes do Canal 3.	59
4.3	Coefficientes dos sub-canais do Canal 4, complexo e invariante.	60
4.4	Resumo das características dos canais considerados	62
4.5	Parâmetros das simulações da Seção 4.4.	69
4.6	Parâmetros das simulações da Seção 4.5.1.	76
4.7	Parâmetros das simulações da Seção 4.5.2.	82

Capítulo 1

Introdução

Neste capítulo é apresentada uma introdução aos sistemas de comunicação, dando ênfase aos equalizadores adaptativos, tanto no caso mono como no multiusuário. Na Seção 1.1, são feitas considerações gerais sobre sistemas de comunicação. Na Seção 1.2, se descreve a importância dos equalizadores adaptativos para sistemas uma de única entrada e única saída. Os sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas são abordados na Seção 1.3. Na Seção 1.4, são descritas as contribuições da presente dissertação. Finalmente, na Seção 1.5, são comentados os conteúdos dos capítulos subseqüentes.

1.1 Considerações gerais

Desde o surgimento dos primeiros seres vivos, a comunicação entre indivíduos faz parte do esquema de sobrevivência de cada espécie. Com o ser humano não poderia ser diferente, a comunicação toma papel cada vez mais importante na sociedade, muda posição de mercados financeiros, influencia decisões políticas e facilita a troca de conhecimento, servindo diariamente aos interesses de bilhões de pessoas. Esquecendo-se temporariamente do meio ou recurso utilizados, a comunicação é sinônimo de sobrevivência.

Desde seus ancestrais, o homem tem evoluído em muitas áreas, e a passos largos. Exemplos desse incontestável progresso podem ser vistos nas ciências sociais, biológicas e exatas, sendo a comunicação um dos principais veículos propulsores desse avanço. Para que esse progresso pudesse atingir o atual estágio, a comunicação entre empresas e indivíduos so-

freu um processo ininterrupto de aprimoramento. Os tambores, os pombos-correios e outros meios esdrúxulos de comunicação fazem parte da história do ser humano. De alguma forma contribuíram para que fossem inventados o telégrafo, o telefone, o rádio, os sistemas via satélite, os sistemas ópticos, outros que estão por vir, como os sistemas quânticos, e outros sequer imaginados.

De forma a justificar o avanço das comunicações, se pode também dizer que o desenvolvimento de novos serviços demandam aprimoramento permanente dos sistemas de comunicação. Serviços como o de telefonia móvel, Internet e, mais recentemente, o de Televisão Digital de Alta Definição (GHOSH, 1998), fazem com que pesquisadores se empenhem ainda mais para a criação da infra-estrutura necessária. Nesse cenário, as comunicações, pessoais ou empresariais, ponto-a-ponto ou ponto-multiponto, recebem aprimoramentos quase que diariamente. Serviços que antes não podiam ser oferecidos, por conta de uma rede de comunicação ineficiente, hoje são vendidos com excelente qualidade.

A comunicação, seja ela, ponto-a-ponto ou ponto-multiponto, deve ser realizada de forma a assegurar a inteligibilidade dos sinais emanados das respectivas fontes de informação. De forma mais específica, a comunicação entre dois pontos pode ser representada por uma via fim-a-fim. No destino, o sinal transmitido deve ser recuperado com o mesmo significado original, independentemente do meio de transmissão usado (PROAKIS, 1996). Para qualquer meio utilizado, a recuperação do sinal originalmente transmitido se dá mediante a implementação de funções, tanto no transmissor como no receptor. Essas funções permitem tratar a informação de forma a minimizar a ocorrência de erros, preservando a inteligibilidade do sinal original.

Ainda lembrando do curso da história humana, os erros fazem parte de muitos processos, inclusive do de comunicação. Portanto, se pode dizer que o processo de comunicação, seja ele qual for, de alguma forma é afetado pela ocorrência desses enganos. Usualmente, em comunicações, o erro é definido como a diferença entre o sinal transmitido e o sinal recuperado no receptor. Certamente, vários pombos-correios foram abatidos, se perderam, ou até mesmo adoeceram e morreram em seu trajeto de ida ou de volta, com suas preciosas mensagens. A leitura atenta e meticulosa de um livro não assegura que todas as informações do autor sejam passadas ao leitor. Nessa série de exemplos não se pode esquecer a valiosa figura do

professor, que nunca consegue, apesar de seus incontestáveis esforços, fazer com que seus discípulos aprendam a totalidade de seus ensinamentos, de maneira plenamente correta. Portanto, pode-se dizer, de forma análoga e por extensão desse raciocínio, que é praticamente impossível conceber um sistema de transmissão livre de erros, durante todo o tempo, pelo menos para o atual nível de conhecimento. Ou seja, cabe aos pesquisadores e demais técnicos envolvidos o papel de propor soluções que mitiguem a ocorrência dos erros na comunicação. Ainda que a total eliminação desses erros esteja fora do alcance do atual conhecimento humano.

Em sintonia com o contexto acima e através deste trabalho, espera-se contribuir para as telecomunicações, sobretudo para a melhoria de desempenho de receptores de alguns sistemas de transmissão. Especificamente, são considerados os receptores de sistemas multiusuário, que necessitam minimizar a influência do meio de transmissão, através da utilização de equalizadores adaptados por algoritmos autodidatas. Partindo de um sistema ponto-a-ponto, com equalização autodidata e conhecido na literatura (GODARD, 1980; PAPADIAS & PAULRAJ, 1995; SZCZECINSKI & GEI, 2002; SOARES, 2004), propõe-se sua extensão para uma solução, também autodidata, porém com múltiplo acesso. Tal proposição se baseia na crescente demanda por sistemas de comunicação desse tipo e suas características intrínsecas (AL-DHAHIR & SAYED, 2000).

1.2 Sistemas de uma única entrada e única saída

Um sistema de comunicação ponto-a-ponto com uma única entrada e única saída, também conhecido na literatura pela sigla SISO (*Single Input Single Output*), pode ser descrito de forma simplificada pelo modelo da Figura 1.1. Para esse modelo, de uma fonte de informação emana uma seqüência de símbolos $a(n)$, que é transmitida através de um canal de comunicação físico, portanto não-ideal, e cuja saída apresenta uma versão distorcida do sinal original. O bloco denominado *canal* representa não só o canal físico de transmissão, mas também o sistema de transmissão/modulação, o sistema de recepção/demodulação e o ruído, efetivamente presentes em qualquer sistema de comunicação prático. Além do ruído, outra interferência, normalmente encontrada em canais de comunicação, é a interferência intersimbólica, conhecida na literatura como ISI (*Intersymbol Interference*). A ISI corresponde à

interferência devido aos possíveis caminhos que o sinal pode percorrer desde a origem até o destino. O sinal recebido na entrada do receptor corresponde à somatória ou superposição dos vários sinais refletidos, dificultando o trabalho do receptor em obter o sinal original. O sinal recebido no destino pode ser expresso por $u(n) = x(n) + \eta(n)$, em que $x(n)$ se refere ao sinal distorcido pelo efeito da ISI, proveniente do canal de comunicação, ainda sem ruído agregado. Dessa forma, o sinal $u(n)$ contém informações acerca do sinal originalmente transmitido, $a(n)$, informações sobre o canal que modificou esse último sinal, bem como dados sobre o ruído agregado, $\eta(n)$. É usual no receptor considerar o bloco equalizador, responsável pela atenuação da ISI, de forma que os sinais transmitidos possam ser recuperados. Cabe observar, porém, que os equalizadores não compensam o ruído introduzido e, para isso, é comum utilizar a codificação de canal, ou em alguns casos um filtro casado (FORNEY, 1972; PROAKIS, 1996; LATHI, 1989). A equalização do canal possibilita, portanto, a recuperação dos sinais originalmente transmitidos a despeito da presença desse ruído, desde que ele seja compensado, ou restrito. O aumento da quantidade de ruído, não compensado, diminui o desempenho do equalizador. Ainda com referência à Figura 1.1, o sinal $y(n)$ corresponde à versão equalizada do sinal $u(n)$ e o sinal $\hat{a}(n - \Delta)$, obtido na saída do bloco decisor, corresponde a uma estimativa do sinal original $a(n)$ com um atraso de Δ amostras. Na parte inferior dessa figura, é mostrada, como exemplo, a transmissão de um sinal 4-QAM através do modelo de comunicação considerado.

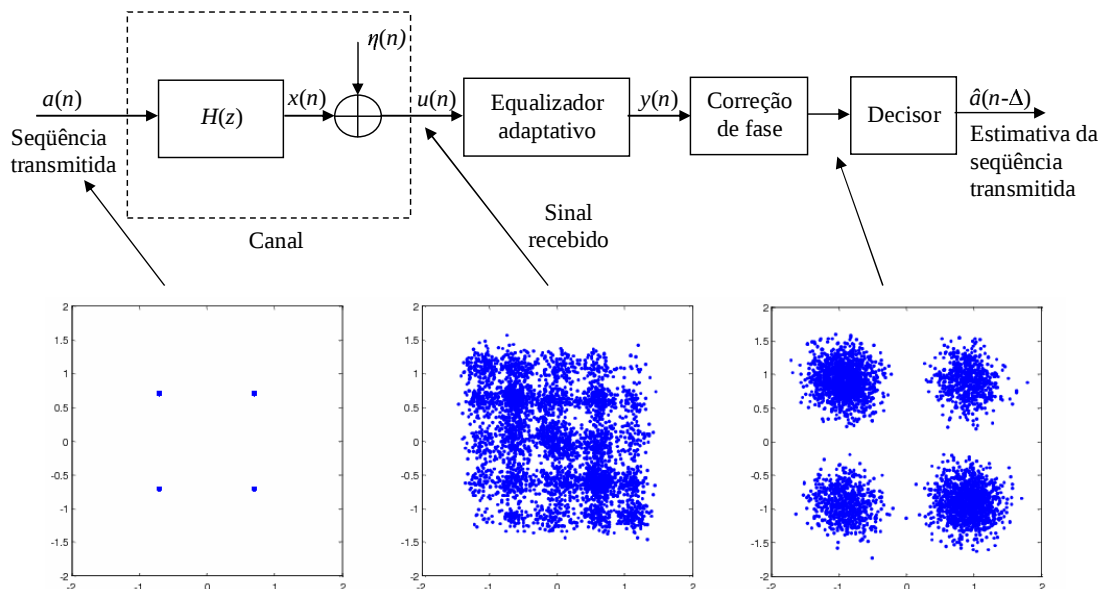


Figura 1.1: Modelo de sistema de comunicação de tempo discreto.

Várias soluções podem ser utilizadas para equalização e obtenção do sinal original no receptor. Entre os equalizadores mais conhecidos destacam-se o equalizador linear transversal (LTE - *Linear Transversal Equalizer*) e o equalizador de decisão realimentada (DFE - *Decision Feedback Equalizer*).

Considerando um mesmo esforço computacional, o DFE apresenta uma relação custo-benefício mais favorável que o LTE, principalmente em canais com ISI severa, nulos espectrais e/ou com não-linearidades (SZCZECINSKI & GEI, 2002). A Figura 1.2 mostra a estrutura básica de um LTE. Esse equalizador é constituído, basicamente, de um único filtro direto do tipo de resposta impulsiva finita (FIR - *Finite Impulse Response*) e de um decisor. Nessa figura, o sinal $u(n)$ corresponde ao sinal recebido do canal de comunicação e deve ser processado para a obtenção de uma estimativa do sinal original. A saída é obtida como uma combinação das amostras do sinal de entrada com os coeficientes do filtro.

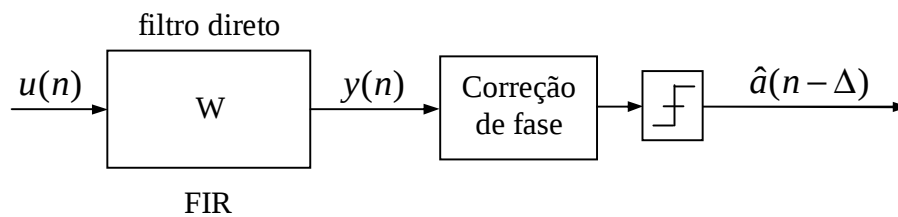


Figura 1.2: Modelo do equalizador linear transversal.

Na Figura 1.3 é mostrado um diagrama de blocos do DFE. Constitui-se, a princípio, de um decisor, um atrasador, um somador e dois filtros do tipo FIR, sendo um direto e um de realimentação. O filtro direto se comporta como o filtro do equalizador LTE, filtrando o sinal recebido do canal. Já o filtro de realimentação filtra as decisões passadas. As saídas desses dois filtros, $y_f(n)$ e $y_b(n)$, são somadas, formando o sinal $y(n)$, que é encaminhado ao decisor, fechando o elo de realimentação. Cabe observar que a não-linearidade do decisor está embutida na malha de realimentação constituindo um sistema não-linear. Esse sistema possibilita a equalização de canais de comunicação mais difíceis. Em geral, apresenta um compromisso mais favorável entre custo computacional e comportamento eficiente.

Os equalizadores precisam ter seus coeficientes ajustados, ou adaptados, já que cada canal possui características próprias e diferentes entre si. Além disso, não se deve considerar que um canal físico seja plenamente invariante. Ainda que ele apresente pequenas variações ao longo do tempo, a somatória dessas diminutas alterações pode comprometer a operação

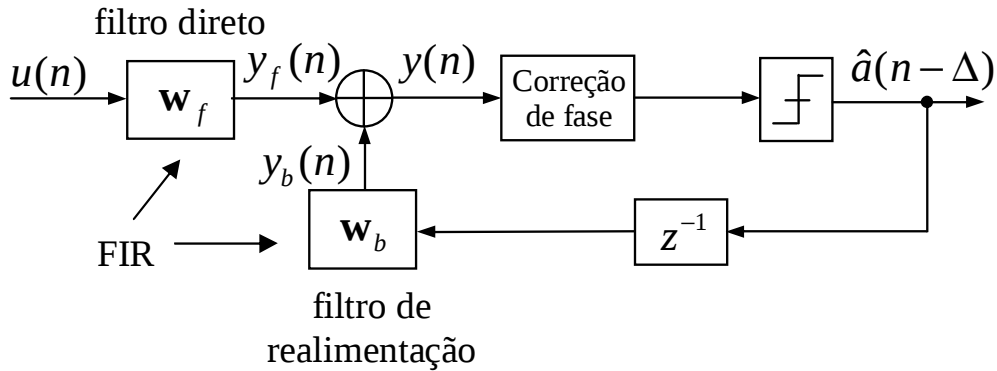


Figura 1.3: Modelo do equalizador de decisão realimentada.

do sistema para o qual o equalizador foi projetado. Daí a necessidade da equalização ser adaptativa. A adaptação dos equalizadores pode-se dar de duas formas: supervisionada ou autodidata.

Na adaptação supervisionada, uma seqüência de treinamento, conhecida pelo equalizador, é enviada pelo transmissor ao receptor, no início da transmissão ou quando da ocorrência de problemas. A partir do envio dessa seqüência, o equalizador é ajustado, entrando em operação no momento seguinte. Caso o canal varie de forma que uma nova adaptação seja necessária, um novo processo de ajuste tem início, sendo obrigatória a interrupção da transmissão de dados através do sistema considerado (GODARD, 1980; QUERESHI, 1985).

Na adaptação autodidata, com o propósito de uma transmissão eficiente, os equalizadores têm seus coeficientes ajustados sem que haja a necessidade do envio de uma seqüência de supervisão. Os algoritmos de adaptação se baseiam nas estatísticas dos sinais transmitidos. Essa idéia de adaptação não necessita que o transmissor envie seqüências de treinamento na ativação dos sistemas ou quando da ressincronização de um receptor (GODARD, 1980), aumentando a disponibilidade sistêmica e melhorando a utilização do espectro de freqüências.

Como exemplo de algoritmos autodidatas, pode-se citar o algoritmo do Módulo Constante (CMA - *Constant Modulus Algorithm*) proposto por GODARD (1980). Esse algoritmo é usualmente utilizado na adaptação de equalizadores do tipo LTE. Já ao se usar esse algoritmo na adaptação dos filtros direto e de realimentação do DFE, pode ocorrer convergência para soluções degeneradas. Nesse caso, o sinal na saída do equalizador é independente do sinal de entrada (PAPADIAS & PAULRAJ, 1995; SZCZECINSKI & GEI, 2002). Para evitar esse problema em sistemas SISO, SZCZECINSKI e GEI (2002) propuseram um novo critério para

a detecção confiável das soluções degeneradas. Esse critério é baseado na função custo do Módulo Constante, com restrição nos coeficientes dos filtros direto e de realimentação, sendo minimizada por um algoritmo estocástico denominado DFE-CMA-FB (*Decision Feedback Equalizer-Constant Modulus Algorithm With Feedback*). Foi mostrado em (SZCZECINSKI & GEI, 2002) que esse algoritmo evita soluções degeneradas, sendo mais eficiente do que os algoritmos propostos anteriormente na literatura, como em (PAPADIAS & PAULRAJ, 1995; CASAS *et al.*, 1995).

Portanto, para algoritmos baseados no algoritmo do Módulo Constante, é possível se obter a transmissão de dados entre dois pontos, considerando-se diferentes sistemas de comunicação. Alguns desses sistemas utilizam seqüências moduladas por amplitude de pulso (PAM - *Pulse Amplitude Modulation*), com amplitudes $+1$ e -1 , entretanto, outras modulações podem ser utilizadas para, por exemplo, otimizar a banda de frequências disponível, como é o caso da modulação QAM. Nesse caso, conforme CHEN e CHNG (2005), para sistemas de comunicação que empregam sistemas QAM, o CMA é de longe o algoritmo autodidata mais utilizado. Necessita pouco esforço computacional e prontamente alcança os requisitos para operação em tempo real. É também muito robusto quanto às imperfeições na recuperação da portadora. Possui, entretanto, um problema, que é o de não atingir um nível de erro quadrático médio (MSE - *Mean Square Error*) suficientemente baixo, para sistemas que demandam melhor desempenho e conseqüentemente menor taxa de erro de bit (BER - *Bit Error Rate*).

Ainda, de forma usual, uma solução possível seria comutar para o modo de Decisão Direta (DD - *Decision-Directed*), a qual seria capaz de minimizar o MSE em estado de equilíbrio residual do CMA (PROAKIS, 1996). Entretanto, para isso, o MSE deve ser suficientemente baixo, o que nem sempre ocorre na prática. DE CASTRO *et al.* (2001) sugeriram uma solução interessante para esse problema. Melhor que comutar para a adaptação DD depois da convergência do CMA, eles propuseram a operação do algoritmo DD de forma concorrente com o CMA. O equalizador adaptado com CMA+DD possui desempenho sensivelmente melhor do que aquele adaptado simplesmente com o CMA. Inspirando-se nessa solução, CHEN (2003) propôs o algoritmo de Decisão Direta Suave (SDD - *Soft Decision-Directed*) operando de forma concorrente com o CMA.

De fato, o SDD foi proposto inicialmente por KARAOGUZ e ADARLAN (1992) para constelações 4-QAM e de forma independente para sistemas 2-PAM por NOWLAN e HINTON(1993). Ambos os algoritmos consideram a maximização da função densidade de probabilidade do sinal na saída do equalizador. Por essa razão, tais algoritmos também são conhecidos pela sigla MAP (*Maximum A-posteriori Probability*). Posteriormente, o SDD foi estendido para o caso M -QAM, e em seguida modificado novamente para a operação concorrente com o CMA (CHEN *et al.*, 1995; CHEN, 2003).

A proposta de CHEN (2003) considera portanto a operação concorrente do CMA com o SDD, sendo tal algoritmo conhecido na literatura pela sigla CMA+SDD. Além de não apresentar comutação complexa, ainda apresenta taxa de convergência superior e desempenho em estado de equilíbrio melhor do que a solução CMA+DD (CHEN, 2003).

A utilização CMA+SDD foi avaliada por CHEN (2003) para sistemas monousuário baseados em equalizadores LTE e, posteriormente, adaptado para sistemas monousuário DFE em (SOARES, 2004), considerando o problema das soluções degeneradas. O algoritmo proposto em (SOARES, 2004) foi denominado NDEG-SDD-CMA (*Non-Degenerative SDD-CMA*).

1.3 Sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas

No modelo de comunicação ponto-a-ponto pode-se interpretar que não há outros interlocutores operando de forma simultânea. Tal modelo pressupõe, entretanto, a existência de uma fonte de ruído, na qual poderiam estar incluídos todos os demais usuários, excetuando-se os dois pontos sob análise. Apesar dessa consideração ser extremamente válida para muitas situações, verifica-se, na prática, que muitos sistemas são constituídos de múltiplos usuários. Ou seja, algumas fontes de informação conectadas a vários destinos, compartilhando um mesmo meio de transmissão. Nesse contexto, vários pesquisadores têm apresentado trabalhos sob a ótica de sistemas multiusuário, e.g. (PAPADIAS & PAULRAJ, 1997; AL-DHAHIR & SAYED, 2000; CHOI *et al.*, 2005; KOMNINAKIS *et al.*, 2002; GINIS *et al.*, 2002).

O caso multiusuário é representado de forma simplificada pelo diagrama da Figura 1.4 e pode ser interpretado como uma extensão do problema de equalização monousuário. Ele também é conhecido na literatura como equalização espaço-temporal (PAPADIAS & PAULRAJ, 1997). Nesse diagrama, são mostrados os sinais transmitidos, emanados de N fontes,

denotados por $a_1(n), \dots, a_N(n)$. O bloco $\mathbf{H}$ corresponde à matriz do canal de comunicação que causa a mistura dos sinais transmitidos e a introdução da ISI. Completando a influência do canal de comunicação, são consideradas L fontes de ruído $\eta_1(n), \dots, \eta_L(n)$ que são somadas respectivamente às saídas $x_1(n), \dots, x_L(n)$ do bloco $\mathbf{H}$, obtendo-se assim os sinais $u_1(n), \dots, u_L(n)$, recebidos pelas L antenas ou sensores. Cabe ao equalizador $\mathbf{W}$, remover a ISI dos sinais recebidos e permitir a separação das N fontes, obtendo-se os sinais $y_1(n), \dots, y_N(n)$.

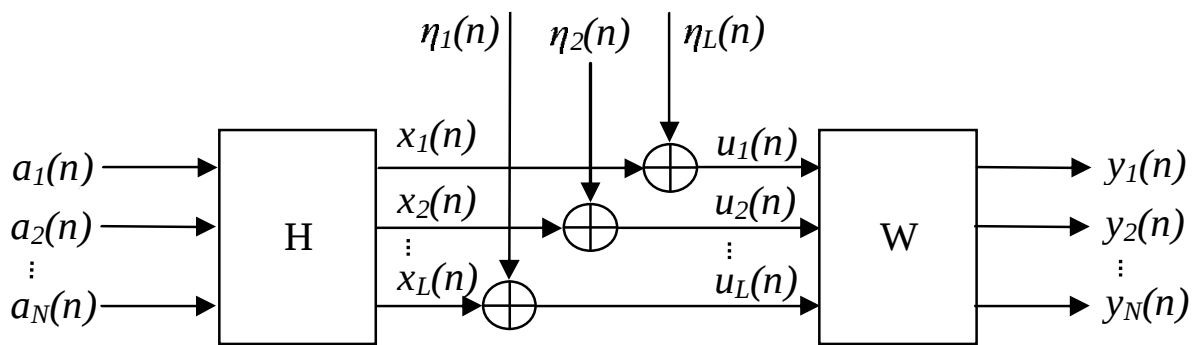


Figura 1.4: Diagrama simplificado do problema de separação de fontes.

CHEN e CHNG (2005) e GODARD (1980) mencionam em seus respectivos trabalhos que, para sistemas de comunicação multiponto, o treinamento, ou equalização supervisionada, pode ser difícil, sendo a equalização autodidata um meio prático para combater os efeitos danosos da ISI em tais sistemas. Neste caso, o problema pode ser interpretado como o da separação autodidata de uma mistura linear de sinais, seja em aplicações com ou sem fio. Em aplicações sem fio, percebe-se um grande aumento na capacidade dos sistemas pelo uso de antenas com multi-elementos. Esse fato justifica a necessidade de um maior e melhor entendimento acerca das técnicas para sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO - *Multiple Input Multiple Output*). Para sistemas com fio, como os sistemas Linha Digital de Assinante (DSL - *Digital Subscriber Line*), a demanda para acessos de banda larga ainda mais rápidos é cada vez maior. Porém, para isso é necessária a aplicação de métodos de redução substancial da diafonia entre os múltiplos pares de cobre que compõem o canal MIMO (GINIS *et al.*, 2002).

São exemplos de sistemas MIMO os sistemas celulares digitais do tipo TDMA (*Time Division Multiple Access*), com múltiplas antenas de transmissão/recepção; os sistemas celulares

CDMA (*Code Division Multiple Access*) (AL-DHAHIR & SAYED, 2000; GINIS *et al.*, 2002), em que a IUI é também conhecida como MAI (*Multiple Access Interference*); a transmissão banda larga sobre linhas digitais de assinante, ou DSL, em que a IUI assume a forma de paradiáfonia e telediafonia entre pares trançados adjacentes e a gravação magnética de alta densidade, em que a IUI ocorre devido à interferência entre trilhas adjacentes (AL-DHAHIR & SAYED, 2000). Neste trabalho são consideradas apenas a ISI e o ruído. Considera-se que a IUI esteja inserida em uma das outras duas interferências ou faça parte, simultaneamente, dessas duas. No caso da adaptação autodidata de um sistema MIMO, constituído por equalizadores lineares transversais, destaca-se na literatura o algoritmo MU-CMA (*Multiuser-CMA*) (PAPADIAS & PAULRAJ, 1997).

1.4 Contribuições desta dissertação

O diagrama de blocos mostrado na Figura 1.5 resume as contribuições deste trabalho e possibilita uma melhor visão acerca dos algoritmos considerados. Os blocos são interligados por linhas sólidas e/ou tracejadas. Estas últimas representam a inspiração que motivou os autores em suas proposições. As diferentes cores das linhas mencionadas têm apenas o propósito de facilitar a visualização do diagrama.

As seguintes contribuições podem ser destacadas:

- **Condições para a equalização espaço-temporal perfeita para o DFE**

Com base em (PAPADIAS & PAULRAJ, 1995, 1997) e em referências contidas nesses trabalhos, são apresentadas as condições suficientes para a equalização espaço-temporal perfeita para o DFE, assumindo-se a ausência de ruído e a realimentação de decisões corretas. As condições suficientes para equalização perfeita de sistemas MIMO-LTE e SISO-DFE são também derivadas com o propósito de comparação.

- **Extensão do DFE-CMA-FB do caso SISO para o caso MIMO**

Considerando-se que sistemas MIMO implementados a partir de equalizadores do tipo DFE, podem apresentar soluções degeneradas caso sejam adaptados pelo CMA, a exemplo do que ocorre para os sistemas monousuário, propõe-se a extensão do algoritmo DFE-CMA-FB

(SZCZECINSKI & GEI, 2002) do caso SISO para o caso MIMO. Tal extensão se respalda no CMA multiusuário (MU-CMA - *Multiuser-CMA*) e na utilização da formulação de (LUO & CHAMBERS, 2002).

- Extensão do NDEG-SDD-CMA do caso SISO para o caso MIMO

Com base na extensão do DFE-CMA-FB do caso SISO para o caso MIMO e também considerando o NDEG-SDD-CMA proposto em (SOARES, 2004), propõe-se a extensão do SDD e do NDEG-SDD-CMA do caso monousuário para o caso multiusuário.

- Modificação proposta ao SDD

Considerando que o SDD pode não apresentar um desempenho satisfatório para constelações M -QAM, para $M > 16$, propõe-se uma modificação a esse algoritmo. Essa modificação permite que o algoritmo opere de forma isolada para $M > 16$, apresentando melhor velocidade de convergência quando comparado ao SDD. O algoritmo proposto, denominado MSDD (*Modified Soft Decision-Directed*), também mostra vantagens em relação ao SDD quando considerado de forma concorrente com o DFE-CMA-FB. O algoritmo resultante da extensão do MSDD do caso SISO para o caso MIMO também é avaliado, sendo denominado NDEG-MSDD-CMA.

Como resultado parcial dessas contribuições foi publicado o seguinte artigo:

FILHO, J. M.; SILVA, M. T. M.; MIRANDA, M. D. Space-time blind decision feedback equalizer. Apresentado no *IV International Telecommunication Symposium* (ITS-2006), realizado em Fortaleza, 2006. Uma cópia desse artigo encontra-se no Apêndice A.

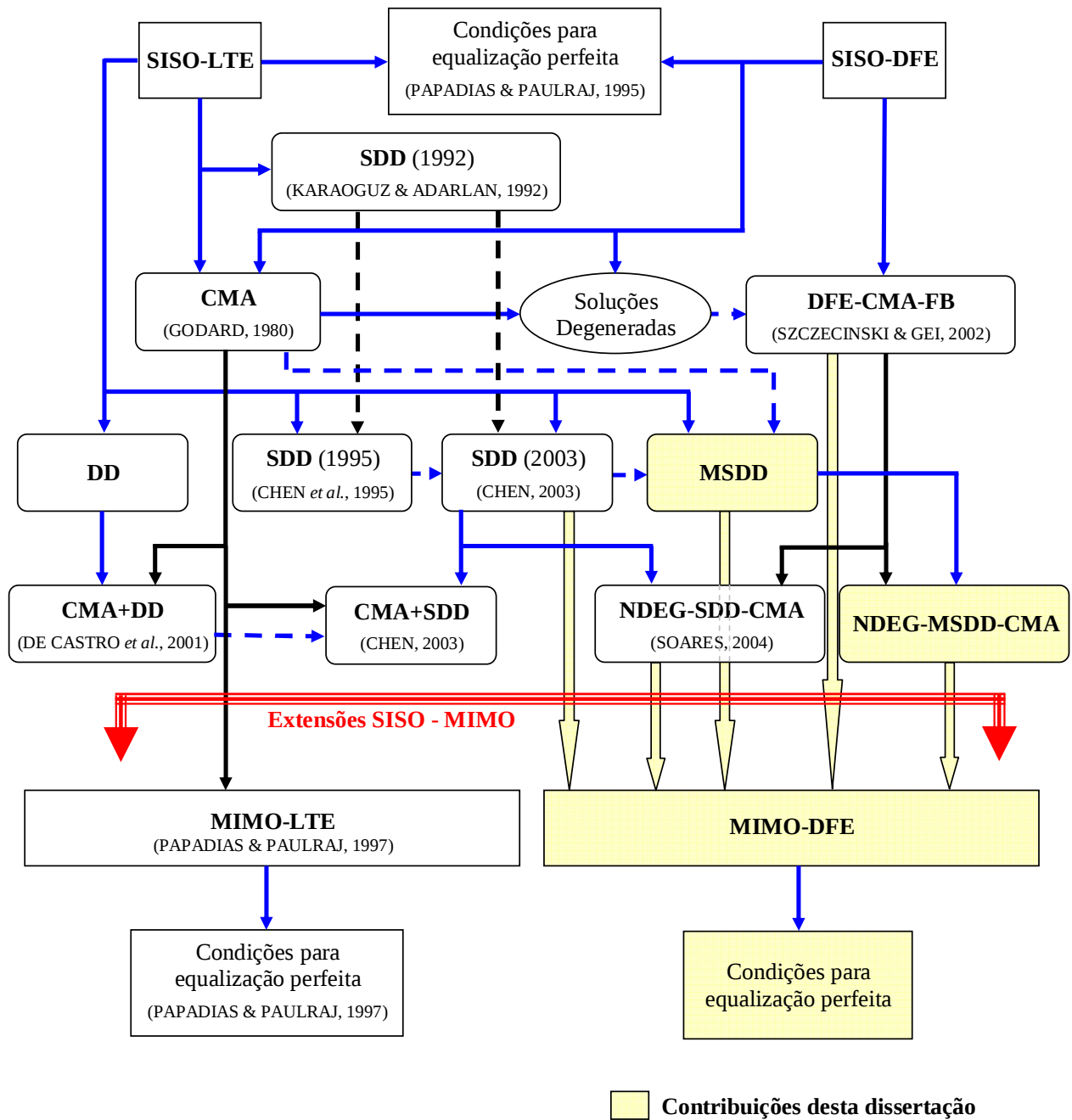


Figura 1.5: Diagrama de blocos com as contribuições desta dissertação.

1.5 Tópicos abordados nos demais capítulos

Esta dissertação está estruturada da forma descrita a seguir. No Capítulo 2, o DFE é equacionado e o LTE considerado como um caso particular do equalizador de decisão realimentada. Ainda neste capítulo, o CMA, o DFE-CMA-FB e o NDEG-SDD-CMA são revisitados. Adicionalmente são revisitados o SDD e algumas de suas variações, bem como

propõe-se o algoritmo MSDD. No Capítulo 3, o equacionamento do problema com diversidade espaço-temporal e as condições para equalização perfeita para sistemas MIMO são apresentados. Além disso, propõe-se a extensão do algoritmo que evita soluções degeneradas em sistemas SISO, para sistemas MIMO. Posteriormente, propõe-se a utilização dos algoritmos NDEG-SDD-CMA e NDEG-MSDD-CMA também para sistemas MIMO. No Capítulo 4, são mostrados os resultados das simulações, através da comparação do desempenho dos algoritmos propostos com o de outros algoritmos autodidatas. No Capítulo 5, são discutidos os resultados obtidos e apresentadas as conclusões deste trabalho. Sugestões para trabalhos futuros também são sugeridas e brevemente comentadas.

Capítulo 2

Equalização autodata para o caso monousuário

Neste capítulo, aborda-se o equalizador de decisão realimentada adaptado de forma autodata para o caso SISO. Na Seção 2.1, considera-se o equacionamento do DFE e as condições para equalização perfeita. Além disso, aborda-se a particularização desse equacionamento para o LTE. Nas Seções 2.2, 2.3, 2.4 e 2.5 são revisitados, respectivamente, o algoritmo do Módulo Constante, o algoritmo que evita soluções degeneradas, o algoritmo SDD e o algoritmo autodata concorrente de CHEN (2003). Adicionalmente, propõe-se uma modificação ao SDD, sendo esse algoritmo denominado MSDD. O algoritmo proposto também compõe juntamente com o DFE-CMA-FB um outro algoritmo concorrente, denominado NDEG-MSDD-CMA.

2.1 O equalizador de decisão realimentada

Considera-se o sistema de comunicação com DFE mostrado na Figura 2.1 (PROAKIS, 1996). O sinal $a(n)$, com variância σ_a^2 , é transmitido através de um canal desconhecido. Considera-se que o modelo do canal seja constituído por um filtro $H(z)$ do tipo FIR - *Finite Impulse Response*, com N_h coeficientes, ao qual é adicionado um ruído branco, aditivo e gaussiano (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*), $\eta(n)$, com variância σ_η^2 . O sinal recebido, $u(n)$, é filtrado por um filtro direto, do tipo FIR, com vetor de coeficientes $\mathbf{w}_f$. As decisões passadas são realimentadas e filtradas por um filtro de realimentação, também do tipo FIR, e com vetor

de coeficientes $\mathbf{w}_b$. Uma combinação linear das saídas desses filtros passa pelo dispositivo de decisão. O DFE autodidata deve recuperar o sinal $a(n)$ para algum atraso Δ . Assume-se que o sinal $a(n)$ é independente e identicamente distribuído (i.i.d.), não-gaussiano e de média nula. Portanto, a saída da antena, ou sensor, é processada através de um equalizador de decisão realimentada, com M_f coeficientes no filtro direto, e M_b coeficientes no filtro de realimentação. O equalizador deve minimizar os efeitos do canal e recuperar a sequência $a(n)$, considerando um possível atraso Δ .

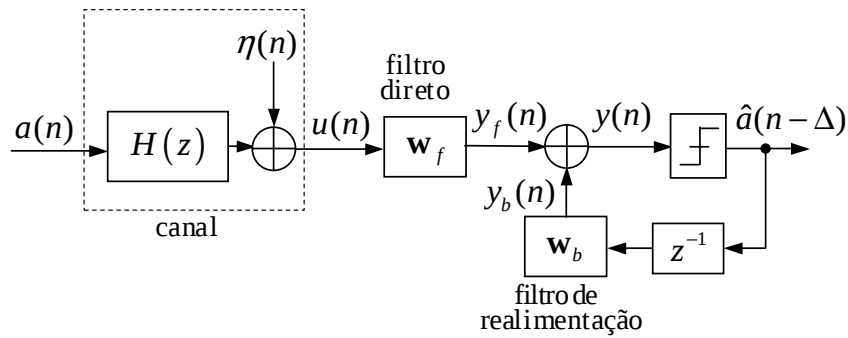


Figura 2.1: Sistema de comunicação com DFE.

O vetor de entrada e o vetor de coeficientes do filtro direto podem ser escritos respectivamente como

$$\mathbf{u}(n) = [u(n) \ u(n-1) \ \dots \ u(n-M_f+1)]^T \quad (2.1)$$

e

$$\mathbf{w}_f(n) = [w_{f,0} \ w_{f,1} \ \dots \ w_{f,M_f-1}]^T. \quad (2.2)$$

O vetor de entrada e o vetor de coeficientes do filtro de realimentação são dados por

$$\hat{\mathbf{a}}_\Delta(n) = [\hat{a}(n-\Delta-1) \ \dots \ \hat{a}(n-\Delta-M_b)]^T \quad (2.3)$$

e

$$\mathbf{w}_b(n) = [w_{b,1} \ w_{b,2} \ \dots \ w_{b,M_b}]^T, \quad (2.4)$$

sendo que $\hat{a}$ corresponde à estimativa de a , obtida na saída do circuito decisor também mostrado na Figura 2.1. Utilizando essa notação, a saída do equalizador pode ser escrita

como

$$y(n) = \underbrace{\mathbf{u}^T(n)\mathbf{w}_f}_{y_f(n)} + \underbrace{\hat{\mathbf{a}}_\Delta^T(n)\mathbf{w}_b}_{y_b(n)}. \quad (2.5)$$

Pode-se definir o vetor resposta combinada da cascata canal-filtro direto como

$$\mathbf{s}_f = [s_{f,0} \ s_{f,1} \ \dots \ s_{f,M_s-1}]^T = \mathcal{H} \mathbf{w}_f, \quad (2.6)$$

em que $M_s = N_h + M_f - 1$ e $\mathcal{H}$ é a matriz de convolução do canal $H(z)$, isto é,

$$\mathcal{H}^T = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \dots & h_{N_h-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_0 & \dots & h_{N_h-2} & h_{N_h-1} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_0 & \dots & h_{N_h-2} & h_{N_h-1} \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Portanto $\mathcal{H}^T$ possui dimensão $M_f \times (N_h + M_f - 1)$.

Concatenando os vetores das entradas e os vetores dos coeficientes dos filtros direto e de realimentação, pode-se escrever os novos vetores como

$$\mathbf{u}_{fb}(n) = [\mathbf{u}^T(n) \ \hat{\mathbf{a}}_\Delta^T(n)]^T \quad (2.8)$$

e

$$\mathbf{w}_{fb} = [\mathbf{w}_f^T \ \mathbf{w}_b^T]^T. \quad (2.9)$$

Além disso, a saída do equalizador pode ser reescrita como

$$y(n) = \mathbf{u}_{fb}^T(n) \mathbf{w}_{fb}. \quad (2.10)$$

Neste ponto, assume-se que as decisões são corretas, ou seja, $\hat{a} = a$, e ainda a ausência de ruído. Com essas considerações, o DFE pode ser interpretado como um receptor linear, similar a um equalizador sobreamostrado (PAPADIAS & PAULRAJ, 1995; SILVA, 2005). Portanto,

$$\mathbf{u}_{fb}(n) = \mathcal{H}_{fb}^T \mathbf{a}(n), \quad (2.11)$$

sendo $\mathcal{H}_{fb}$ a matriz de convolução do canal equivalente e

$$\mathbf{a}(n) = [a(n) \ a(n-1) \ \dots \ a(n-p)]^T, \quad (2.12)$$

com

$$p = \begin{cases} N_h + M_f - 2 & \text{se } \Delta \leq N_h + M_f - M_b - 2 \\ \Delta + M_b & \text{se } \Delta \geq N_h + M_f - M_b - 2. \end{cases} \quad (2.13)$$

Portanto, a matriz de convolução do canal equivalente, $\mathbf{H}_{fb}$, pode assumir, duas formas distintas (PAPADIAS & PAULRAJ, 1995; TREICHLER *et al.*, 1996; SILVA, 2005). Se $\Delta \leq N_h + M_f - M_b - 2$, a matriz $\mathbf{H}_{fb}^T$ possui $M_f + M_b$ linhas e $N_h + M_f - 1$ colunas, assumindo a forma

$$\mathbf{H}_{fb}^T = \begin{bmatrix} \text{-----} \mathbf{H}^T \text{-----} \\ \mathbf{0}_{M_b \times (\Delta+1)} \quad \mathbf{I}_{M_b \times M_b} \quad \mathbf{0}_{M_b \times (N_h + M_f - M_b - \Delta - 2)} \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

em que $\mathbf{I}$ corresponde à matriz identidade e $\mathbf{0}$ é uma matriz nula, sendo N_h , M_f , M_b e Δ inteiros positivos. Para a outra possibilidade, ou seja, se $\Delta \geq N_h + M_f - M_b - 2$, então a matriz $\mathbf{H}_{fb}^T$ possui $M_f + M_b$ linhas e $M_b + \Delta + 1$ colunas e assume a forma

$$\mathbf{H}_{fb}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T & \mathbf{0}_{M_f \times (M_b + \Delta - N_h - M_f + 2)} \\ \text{-----} \text{-----} \\ \mathbf{0}_{M_b \times (\Delta+1)} & \mathbf{I}_{M_b \times M_b} \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Pode-se expressar o vetor resposta combinada da cascata canal equivalente-equalizador por $\mathbf{s}_{fb} = \mathbf{H}_{fb} \mathbf{w}_{fb}$, sendo que $\mathbf{s}_{fb}$ possui dimensão

$$N_h + M_f - 1 \quad \text{se} \quad \Delta \leq N_h + M_f - M_b - 2 \quad (2.16)$$

ou

$$M_b + \Delta + 1 \quad \text{se} \quad \Delta \geq N_h + M_f - M_b - 2. \quad (2.17)$$

A equalização perfeita pode ser obtida na ausência de ruído se a matriz $\mathbf{H}_{fb}$ tiver posto completo, o que significa que o número de colunas linearmente independentes (posto da matriz) deve ser maior que o número de linhas. Além disso, essas condições são suficientes, mas não necessárias (PAPADIAS & PAULRAJ, 1995). Portanto

$$M_b \geq N_h - 1 \quad \text{se} \quad \Delta \leq N_h + M_f - M_b - 2 \quad (2.18)$$

ou

$$M_f \geq \Delta + 1 \quad \text{se} \quad \Delta \geq N_h + M_f - M_b - 2. \quad (2.19)$$

Embora esse resultado seja válido, a condição de decisões corretas e a de ausência de ruído, dificilmente são encontradas na prática. Entretanto, o resultado encontrado mostra que o DFE pode apresentar bom desempenho em canais com resposta impulsiva finita (SOARES, 2004).

Com base no resultado obtido para o DFE, pode-se equacionar o LTE, como sendo um caso particular do equalizador de decisão realimentada. Ainda considerando a Figura 2.1 e fazendo $\mathbf{w}_b = \mathbf{0}$, o sinal $y_b(n)$ resulta nulo e

$$y(n) = y_f(n). \quad (2.20)$$

Portanto,

$$y(n) = \mathbf{u}^T(n) \mathbf{w}_f \quad (2.21)$$

e, como

$$\mathbf{u}(n) = \mathcal{H}^T \mathbf{a}(n), \quad (2.22)$$

então

$$y(n) = [\mathcal{H}^T \mathbf{a}(n)]^T \mathbf{w}_f, \quad (2.23)$$

$$y(n) = \mathbf{a}^T(n) \underbrace{\mathcal{H} \mathbf{w}_f}_{\mathbf{s}_f}, \quad (2.24)$$

ou seja,

$$y(n) = \mathbf{a}^T(n) \mathbf{s}_f. \quad (2.25)$$

Cabe observar que o equalizador linear transversal realiza a equalização a partir de um único filtro FIR. Nesse caso, para que a condição de equalização perfeita seja alcançada, é necessária a ausência de ruído e também a utilização da técnica de sobreamostragem, que altera a matriz de convolução do canal $\mathcal{H}$ (TREICHLER *et al.*, 1996). A matriz resultante possibilita a equalização perfeita, desde que possua posto completo, ou seja, apresente o número de colunas linearmente independentes maior do que o número de linhas, sendo também essa condição suficiente, mas não necessária.

Apesar da equalização perfeita ser atingida, o LTE apresenta desempenho inferior ao do DFE e, portanto, este último vem ganhando a preferência daqueles que necessitam equalizar canais não-lineares ou que apresentem nulos espectrais. Isso se justifica pelo fato do DFE apresentar um filtro direto (como o LTE) e um filtro de realimentação, esse inexistente no LTE. Esse filtro de realimentação recebe em sua entrada a sequência de decisões de símbolos passados, o que confere ao equalizador de decisão realimentada uma parcela de não-linearidade que contribui para a equalização de canais também não-lineares. Cabe ainda salientar que, considerando uma mesma complexidade computacional, a comparação entre o LTE e o DFE deve ser efetuada considerando-se um mesmo número de coeficientes, ou seja, a soma dos coeficientes dos filtros direto e de realimentação do DFE deve ser igual ao número de coeficientes do filtro do LTE. É também importante lembrar que o filtro direto do DFE pode ser sobreamostrado, como no caso do filtro do LTE. Ainda nessa condição, em que os dois equalizadores possuem filtros sobreamostrados, o DFE apresenta desempenho superior para a mesma complexidade computacional (SILVA, 2005).

2.2 O algoritmo do Módulo Constante e o algoritmo para correção de fase

Em situações nas quais a transmissão de uma sequência de treinamento não pode ser implementada, seja por motivos econômicos e/ou técnicos, a equalização do tipo assistida ou supervisionada não pode ser utilizada. Nesse caso, a adaptação dos coeficientes do equalizador deve ser feita de forma autodidata (DING & LI, 2001). Para tanto, as funções custo, consideradas na otimização, podem ser definidas a partir das estatísticas de ordem superior das sequências a serem transmitidas, desde que o modelo estatístico dessas sequências seja conhecido pelo sistema (HAYKIN, 2002). Cabe ao receptor estimar a sequência original, a partir do sinal recebido e conhecendo as estatísticas do sinal transmitido (DING & LI, 2001).

Um dos principais algoritmos de equalização autodidata é o algoritmo do Módulo Constante (GODARD, 1980). Nesse algoritmo, o critério de adaptação corresponde à minimização da função custo do Módulo Constante, definida para sistemas SISO, por

$$J_G = E \left[\left(|y(n)|^2 - R_2^a \right)^2 \right], \quad (2.26)$$

em que $E[\cdot]$ corresponde ao operador esperança matemática e R_2^a é uma constante real, positiva, que representa o módulo esperado, definida como

$$R_2^a = \frac{E[|a(n)|^4]}{E[|a(n)|^2]}. \quad (2.27)$$

Utilizando o método do gradiente estocástico para minimização de (2.26), obtém-se o algoritmo do Módulo Constante, que no caso do DFE, é dado por

$$\mathbf{w}_f(n) = \mathbf{w}_f(n-1) - \mu e(n) \mathbf{u}^*(n), \quad (2.28)$$

$$\mathbf{w}_b(n) = \mathbf{w}_b(n-1) - \mu e(n) \hat{\mathbf{a}}_\Delta^*(n), \quad (2.29)$$

sendo

$$e(n) = (|y(n)|^2 - R_2^a) y(n). \quad (2.30)$$

Algoritmos baseados em (2.26) não corrigem uma possível rotação de fase, já que consideram apenas a recuperação do módulo do sinal transmitido. Neste caso, o sinal pode não ser recuperado caso o CMA não incorpore um outro algoritmo para o rastreamento da fase do sinal recebido. Como mencionado em (SZCZECINSKI & GEI, 2002) a rotação de fase tem que ser removida para que o decisor possa produzir decisões corretas. Idealmente, a fase da constelação recebida deve ser aquela do sinal transmitido. Cabe salientar que existem inúmeros algoritmos para correção de fase (veja e.g. (HEIDARI *et al.*, 2000) e referências contidas). No entanto, por simplicidade, considera-se nesta dissertação apenas o PTA (*Phase Tracking Algorithm*), cuja equação de atualização é dada por (PROAKIS, 1996)

$$\varphi(n) = \varphi(n-1) + \mu_\varphi \text{imag}(\bar{y}(n) \hat{a}^*(n-\Delta)), \quad (2.31)$$

em que

$$\bar{y}(n) = y(n) e^{-j\varphi(n-1)}, \quad (2.32)$$

* representa o complexo conjugado, μ_φ é passo de adaptação da fase e “imag” é um operador que corresponde à parte imaginária de um número complexo. A Equação (2.31) foi obtida, utilizando o método do gradiente estocástico para minimização da função custo

$$MSE_{y'}(n) = E[|\hat{a}(n-\Delta) - \bar{y}(n)|^2], \quad (2.33)$$

sendo que $\hat{a}(n - \Delta)$ corresponde à decisão baseada em $\bar{y}(n)$.

Apesar dessa correção de fase podem ocorrer mínimos locais dependendo da constelação considerada, que podem ocasionar falsa detecção de fase. Tais mínimos locais podem ser evitados dependendo da variância do ruído residual. SZCZECINSKI e GEI (2002) propuseram uma possível solução para esse problema, que consiste da busca da vizinhança do mínimo global da função considerada, a partir de pequenos saltos de fase, arbitrariamente estipulados. Alguns valores são propostos, dependendo da constelação considerada, e.g. $\Delta\varphi = 0.15\pi$ para a modulação 16-QAM.

A Tabela 2.1 mostra uma possível implementação do CMA na adaptação do DFE para o caso SISO, considerando também o PTA. Cabe observar que o operador “real” corresponde à parte real de um número complexo e o “Decisor” corresponde ao bloco mostrado na Figura 2.1, cuja entrada é o sinal $\bar{y}(n)$ e a saída é o sinal $\hat{a}(n - \Delta)$, representado por $ad(n)$.

Inicialização do algoritmo: $\mathbf{w}_f(0) = [0 \ \cdots \ 0 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0]$ $\mathbf{w}_b(0) = \mathbf{0}$
Para $n = 1, 2, \dots$, compute: $\left\{ \right.$ $y_f(n) = \mathbf{u}^T(n) \mathbf{w}_f(n - 1)$ $y_b(n) = \hat{\mathbf{a}}_\Delta^T(n) \mathbf{w}_b(n - 1)$ $y(n) = y_f(n) + y_b(n)$ $\bar{y}(n) = e^{-j\varphi(n-1)} y(n)$ $y_r(n) = \text{real}(\bar{y}(n))$ $y_i(n) = \text{imag}(\bar{y}(n))$ $ad(n) = \text{Decisor}(y_r(n), y_i(n))$ $e(n) = (\bar{y}(n) ^2 - R_2^a) \bar{y}(n)$ $\mathbf{w}_f(n) = \mathbf{w}_f(n - 1) - \mu e(n) \mathbf{u}^*(n)$ $\mathbf{w}_b(n) = \mathbf{w}_b(n - 1) - \mu e(n) \hat{\mathbf{a}}_\Delta^*(n) \left. \right\}$ $\varphi(n) = \varphi(n - 1) + \mu_\varphi \text{imag}(\bar{y}(n) ad^*(n))$

Tabela 2.1: Sumário do CMA na adaptação do DFE com o PTA incorporado.

2.3 O algoritmo do Módulo Constante que evita soluções degeneradas

A adaptação do DFE a partir do CMA pode ocasionar soluções degeneradas eventuais. Nesse caso, os sinais de saída $y(n)$ e de entrada $u(n)$ do equalizador são não-correlacionados (PAPADIAS & PAULRAJ, 1995; SZCZECINSKI & GEI, 2002). Apenas para ilustrar tal situação indesejável, a recuperação de um sinal do tipo binário 2-PAM (*Pulse Amplitude Modulation*), através do DFE e adaptado com o CMA, pode levar os coeficientes dos filtros direto e de realimentação na condição de solução degenerada, respectivamente a

$$\mathbf{w}_f(n) = \mathbf{0}, \quad \text{e} \quad \mathbf{w}_b(n) = [0 \ \cdots \ 0 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T. \quad (2.34)$$

Nesse caso, o erro é nulo ($e(n) = 0$) e a atualização dos coeficientes quando o CMA é utilizado deixa de ocorrer. Portanto, a seqüência de saída do DFE é independente do sinal de entrada, o que configura a ocorrência de uma solução degenerada.

Para evitar o surgimento das soluções degeneradas, vários autores consideraram a adaptação desacoplada dos filtros direto e de realimentação (CASAS *et al.*, 1999; TONG & LIU, 1997; LABAT *et al.*, 1998), ou apenas do filtro de realimentação (CASAS *et al.*, 1995). Entretanto, essa forma de adaptação é menos eficiente do que a adaptação conjunta, principalmente se o canal for variante no tempo (SZCZECINSKI & GEI, 2002). Nesse caso a adaptação em separado dos coeficientes pode ser ineficiente, pois a adaptação dos coeficientes do filtro direto pode não satisfazer uma nova condição, num instante posterior, momento em que apenas os coeficientes do filtro de realimentação estão sendo adaptados. Isso ocorre devido à possível variação do meio de transmissão entre esses instantes em que o filtro direto e o filtro de realimentação são respectivamente adaptados.

No contexto enunciado, SZCZECINSKI e GEI (2002) propuseram o DFE-CMA-FB, um algoritmo que evita soluções degeneradas. Esse algoritmo é baseado na função custo do Módulo Constante, com restrição na adaptação dos filtros direto e de realimentação. A convergência dos coeficientes se dá como no CMA, mediante a minimização da função custo relacionada e pela utilização do algoritmo do gradiente estocástico.

Considerando o DFE, conforme Figura 2.1, o sinal de saída do filtro direto pode ser escrito em função do vetor de resposta combinada da cascata canal-filtro direto $\mathbf{s}_f(n-1)$,

ou seja

$$y_f(n) = \sum_{k=0}^{M_s-1} s_{f,k}(n-1)a(n-k) + \underbrace{\sum_{k=0}^{M_f-1} w_{f,k}(n-1)\eta(n-k)}_{v(n)}, \quad (2.35)$$

sendo $M_s = N_h + M_f - 1$, e $v(n)$ é o resultado da convolução do ruído branco, aditivo e gaussiano com os coeficientes do filtro direto. Por conveniência, reescreve-se (2.35) da seguinte forma (SZCZECINSKI & GEI, 2002)

$$\begin{aligned} y_f(n) &= s_{f,\Delta}(n-1)a(n-\Delta) + \sum_{k=0}^{\Delta-1} s_{f,k}(n-1)a(n-k) \\ &+ \sum_{k=1}^{M_s-\Delta-1} s_{f,k+\Delta}(n-1)a(n-\Delta-k) + v(n). \end{aligned} \quad (2.36)$$

Assumindo decisões corretas, ou seja, considerando que o sinal recuperado corresponde a uma estimativa exata do sinal transmitido

$$\hat{a}(n-\Delta) = a(n-\Delta), \quad (2.37)$$

a saída do filtro de realimentação é dada por

$$y_b(n) = \sum_{k=1}^{M_b} w_{b,k}(n-1)a(n-\Delta-k). \quad (2.38)$$

Utilizando (2.36) e (2.38), e supondo que $M_b = M_s - \Delta - 1$, a saída do DFE pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} y(n) &= s_{f,\Delta}(n-1)a(n-\Delta) + \sum_{k=0}^{\Delta-1} s_{f,k}(n-1)a(n-k) \\ &+ \sum_{k=1}^{M_s-\Delta-1} [s_{f,k+\Delta}(n-1) + w_{b,k}(n-1)]a(n-\Delta-k) + v(n). \end{aligned} \quad (2.39)$$

Lembrando que a função básica do equalizador corresponde à minimização da ISI, se observa nessa expressão que a eliminação completa dessa interferência somente ocorre se os dois somatórios forem iguais a zero. Dessa forma, o filtro de realimentação do DFE age somente sobre o segundo somatório e pode anulá-lo se

$$w_{b,k}(n-1) = -s_{f,k+\Delta}(n-1), \quad k = 1, \dots, M_s - \Delta - 1. \quad (2.40)$$

Já o filtro direto atua nos dois somatórios, uma vez que a resposta combinada $s_{f,k}(n-1)$, $k = 0, \dots, M_s$ depende dos coeficientes do canal e do filtro direto. Para eliminação do

segundo somatório de (2.39) a Equação (2.40) deve ser satisfeita. Isso leva à

$$\|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 = \sum_{k=1}^{M_b} |w_{b,k}(n-1)|^2 \leq \sum_{k=0}^{M_s-1} |s_{f,k}(n-1)|^2, \quad (2.41)$$

em que $\|\mathbf{w}_b(n-1)\|$ corresponde à norma Euclidiana do vetor $\mathbf{w}_b(n-1)$. Observando que

$$\begin{aligned} E[|y_f(n)|^2] &= \sigma_a^2 \sum_{k=0}^{M_s-1} |s_{f,k}(n-1)|^2 + E[|v(n)|^2] \\ &= \sigma_a^2 \sum_{k=0}^{M_s-1} |s_{f,k}(n-1)|^2 + \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \sigma_\eta^2, \end{aligned} \quad (2.42)$$

obtém-se a seguinte relação

$$\sum_{k=0}^{M_s-1} |s_{f,k}(n-1)|^2 = \frac{E[|y_f(n)|^2]}{\sigma_a^2} - \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_a^2}. \quad (2.43)$$

Substituindo (2.43) em (2.41) chega-se a

$$\|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 \leq \frac{E[|y_f(n)|^2]}{\sigma_a^2} - \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_a^2}. \quad (2.44)$$

Definindo a variável

$$C_w(n) = \|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 - \frac{E[|y_f(n)|^2]}{\sigma_a^2} + \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_a^2}, \quad (2.45)$$

verifica-se que (2.40) é verdadeira apenas se a restrição $C_w(n) \leq 0$ for satisfeita. SZC-ZECINSKI e GEI (2002) demonstraram que as soluções que satisfazem essa restrição são não-degeneradas. Para a prova, por contradição, supõe-se que uma solução que atenda (2.45) seja degenerada. Por definição, considera-se que $y_f(n)$ seja independente do sinal transmitido $a(n)$ e que $\frac{E[|y_f(n)|^2]}{\sigma_a^2} = \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_a^2}$, o que resulta em $\|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 = 0$. Desse resultado conclui-se que todos os coeficientes de realimentação são nulos e também que o sinal de saída independe do sinal recebido. Ocorre que a topologia de um equalizador que não possui realimentação corresponde à de um LTE. Entretanto, os equalizadores lineares transversais não apresentam soluções degeneradas. Portanto não existe solução degenerada que possa satisfazer as restrições definidas em (2.45). A partir disso, foi proposto um novo critério para adaptação autodidata do DFE dado por

$$J_{G_{FB}} = \left\{ E \left[(|y(n)|^2 - R_2^a)^2 \right] \mid C_w(n) \leq 0 \right\}. \quad (2.46)$$

Utilizando-se um multiplicador de Lagrange λ , esse critério se reduz a

$$J_{G_{FB}} = E \left[(|y(n)|^2 - R_2^a)^2 \right] + \lambda C_w(n), \quad (2.47)$$

sendo λ escolhido para garantir $C_w(n) \leq 0$. A partir da minimização desse critério, se obtém o algoritmo denominado DFE-CMA-FB, cujas operações estão mostradas na Tabela 2.2. Nessa tabela, $0 < \alpha_f < 1$ é um fator de esquecimento e $\lambda(n)$ é o multiplicador de Lagrange que deve ser escolhido conforme o valor de $C_w(n)$, ou seja, $\lambda(n) = \lambda_o v(C_w(n))$, sendo

$$v(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.48)$$

a função degrau. É usual assumir $\lambda_o = 2$ e $\alpha_f = 0.95$ (SZCZECINSKI & GEI, 2002). Cabe observar que na obtenção do algoritmo foram considerados $\sigma_a^2 = 1$ e

$$\|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 - E[|y_f(n)|^2] \gg \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \sigma_\eta^2.$$

Com essas considerações, a restrição se reduz a

$$C_w(n) \approx \|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 - E[|y_f(n)|^2] \leq 0. \quad (2.49)$$

Dessa forma, em cada iteração deve-se estimar $E[|y_f(n)|^2]$, o que é feito através de uma janela exponencial, com um fator de esquecimento α_f e calcular a norma Euclidiana do vetor de coeficientes do filtro de realimentação. Como no CMA, é necessário considerar um algoritmo para a correção de fase. A dedução detalhada desse algoritmo pode ser encontrada em (SZCZECINSKI & GEI, 2002) e suas operações estão mostradas na Tabela 2.2, em que se considera a incorporação do PTA. O vetor $\mathbf{g}(n)$ da tabela aparece quando $C_w(n)$ é derivado em relação ao $\mathbf{w}_f$.

Comparando o DFE-CMA-FB com o CMA (Tabela 2.1), observa-se que quando a restrição é obedecida, ou seja, quando $C_w(n) \leq 0$, o multiplicador de Lagrange $\lambda(n)$ é nulo e os dois algoritmos são idênticos. Caso contrário, $\lambda(n) = \lambda_o$ e as equações de adaptação dos coeficientes dos filtros direto e de realimentação são diferentes. A comparação desses algoritmos para sistemas SISO é um assunto já realizado na literatura (SZCZECINSKI & GEI, 2002). Em sua dissertação de mestrado, SOARES (2004) também os compara através de resultados experimentais. Essa comparação mostra que para o CMA, sem restrição imposta aos coeficientes dos filtros direto e de realimentação, a sequência de saída pode parecer

uma seqüência válida, entretanto, não passa de uma solução degenerada que é evitada com o DFE-CMA-FB.

Inicialização do algoritmo: $\mathbf{w}_f(0) = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0]^T$ $\mathbf{w}_b(0) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{g}(0) = \mathbf{0}, \quad E_{y_f}(0) = 0$
Para cada instante de tempo, $n = 1, 2, \dots$, calcule: $y_f(n) = \mathbf{u}^T(n) \mathbf{w}_f(n-1)$ $y_b(n) = \hat{\mathbf{a}}_\Delta^T(n) \mathbf{w}_b(n-1)$ $y(n) = y_f(n) + y_b(n)$ $\bar{y}(n) = e^{-j\varphi(n-1)} y(n)$ $y_r(n) = \text{real}(\bar{y}(n))$ $y_i(n) = \text{imag}(\bar{y}(n))$ $ad(n) = \text{Decisor}(y_r(n), y_i(n))$ $e(n) = (\bar{y}(n) ^2 - R_2^a) \bar{y}(n)$ $E_{y_f}(n) = \alpha_f E_{y_f}(n-1) + (1 - \alpha_f) y_f(n) ^2$ $\mathbf{g}(n) = \alpha_f \mathbf{g}(n-1) + (1 - \alpha_f) y_f(n) \mathbf{u}^*(n)$ $C_w(n) = \ \mathbf{w}_b(n-1)\ ^2 - E_{y_f}(n)$ $\lambda(n) = \lambda_o v(C_w(n))$ $\mathbf{w}_f(n) = \mathbf{w}_f(n-1) + \mu[\lambda(n) \mathbf{g}(n) - e(n) \mathbf{u}^*(n)]$ $\mathbf{w}_b(n) = [1 - \mu\lambda(n)] \mathbf{w}_b(n-1) - \mu e(n) \hat{\mathbf{a}}_\Delta^*(n)$ $\varphi(n) = \varphi(n-1) + \mu_\varphi \text{imag}(\bar{y}(n) ad^*(n))$

Tabela 2.2: Sumário do DFE-CMA-FB na adaptação do DFE com o PTA incorporado.

Apesar das vantagens até aqui mencionadas, deve-se salientar que a inicialização de algoritmos autodidatas requer cuidados especiais como, por exemplo, aquela que considera nulos todos os coeficientes do filtro direto do DFE, exceto um deles (*one tap initialization*) (DING & LI, 2001). O DFE-CMA-FB, assim como o CMA, não pode ser inicializado com

o vetor de coeficientes do filtro direto igual ao vetor nulo. Em contrapartida, o vetor de coeficientes do filtro de realimentação normalmente é inicializado com o vetor nulo.

Não obstante os algoritmos baseados na função custo do módulo constante serem os mais estudados e utilizados em situações práticas, como em sistemas de televisão digital (LICCIARDI, 2003; GHOSH, 1998), a escolha do passo de adaptação que assegura sua convergência ainda é um problema em aberto na literatura (SILVA, 2005).

2.4 O algoritmo SDD - *Soft Decision-Directed*

Na maioria das aplicações os sinais QAM são preferidos aos sinais PAM por conta de uma maior e melhor utilização da banda disponível (CHEN *et al.*, 1995). Nesta seção, discute-se o algoritmo SDD e algumas de suas variações. Na literatura esses algoritmos são considerados para equalizadores do tipo LTE, entretanto, nesta dissertação são adaptados ao DFE.

O SDD proposto por KARAOGUZ e ADARLAN (1992) para constelações 4-QAM é um algoritmo do gradiente estocástico obtido a partir da minimização da função custo

$$J_{MAP} = -E\left[\tilde{\rho} \log\left(\hat{p}(y(n))\right)\right], \quad (2.50)$$

sendo o $\hat{p}(y(n))$ uma aproximação para a função densidade de probabilidade local de $y(n)$ e $\tilde{\rho}$ um parâmetro proporcional à potência do ruído. Essa função custo está relacionada ao conceito de entropia que determina o grau de caoticidade da distribuição de probabilidade dos símbolos transmitidos. A entropia pode ser definida como a média da quantidade de informação contida em um conjunto de símbolos, em função da probabilidade de ocorrência de cada símbolo (LATHI, 1989; PROAKIS, 1996).

Para entender o funcionamento do SDD para constelações 4-QAM, considera-se que um equalizador qualquer possa fornecer um nível de MSE “adequado” ou uma convergência “satisfatória”, de tal forma que a saída possa ser expressa aproximadamente como

$$y(n) \approx a(n - \Delta) + \nu(n) \quad (2.51)$$

em que $\nu(n) = \nu_R(n) + j\nu_I(n)$ é assumido um ruído do tipo AWGN com $E[\nu_R(n)\nu_I(n)] = 0$ e

$$\tilde{\rho} \triangleq E[\nu_R^2(n)] = E[\nu_I^2(n)]. \quad (2.52)$$

Com essas considerações e definindo $\varepsilon_m(n) = y(n) - a_m$, pode-se aproximar a f.d.p *a-posteriori* de $y(n)$ por

$$\hat{p}(y(n)) \approx \sum_{m=1}^4 \frac{P_m}{2\pi\tilde{\rho}} \exp \left[-\frac{|\varepsilon_m|^2}{2\tilde{\rho}} \right] \quad (2.53)$$

em que a_m representa os símbolos de uma constelação 4-QAM, esquematizada na Figura 2.2 e pertencente ao conjunto

$$A = \{a_1 = 1 + i, a_2 = 1 - i, a_3 = -1 + i, a_4 = -1 - i\},$$

sendo P_m as probabilidades *a-priori* de a_m . Considerando que tais símbolos são equiprováveis, então $P_m = 1/4$.

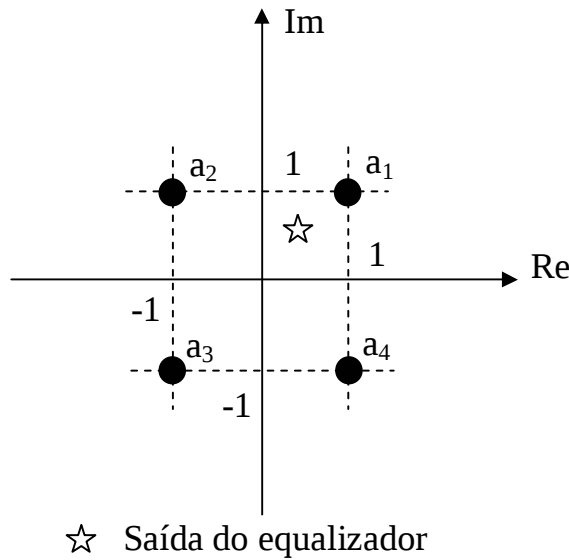


Figura 2.2: Ilustração de uma constelação 4-QAM e um valor possível da saída do equalizador $y(n)$.

Considerando-se o método do gradiente estocástico para a minimização de (2.50) e com base em equalizadores do tipo DFE, obtém-se

$$\mathbf{w}_f(n) = \mathbf{w}_f(n-1) - \mu e_d(n) \mathbf{u}^*(n) \quad (2.54)$$

$$\mathbf{w}_b(n) = \mathbf{w}_b(n-1) - \mu e_d(n) \hat{\mathbf{a}}_\Delta^*(n) \quad (2.55)$$

sendo

$$e_d(n) = \frac{\sum_{m=1}^4 \exp \left[-\frac{|\varepsilon_m(n)|^2}{2\tilde{\rho}} \right] \varepsilon_{im}(n)}{\sum_{m=1}^4 \exp \left[-\frac{|\varepsilon_m(n)|^2}{2\tilde{\rho}} \right]}. \quad (2.56)$$

Apesar do parâmetro $\tilde{\rho}$ ser definido teoricamente por (2.52), ele deve ser escolhido na prática.

De forma independente, o SDD também foi proposto em (NOWLAN & HINTON, 1993) para sinais binários (2-PAM). Nessa referência, é mostrado o comportamento do erro de decisão em função do valor de $y(n)$ para diferentes valores de $\tilde{\rho}$ e feita uma comparação ao algoritmo DD. Essa comparação é reproduzida na Figura 2.3. Verifica-se que no caso do algoritmo DD, obtém-se uma decisão abrupta, também conhecida na literatura como *Hard Decision*, já que a transição ocorre nas vizinhanças infinitesimais de $y(n) = 0$. Nota-se nitidamente nessa figura que quando $\tilde{\rho}$ se aproxima de zero, há uma descontinuidade muito acentuada para pequenos valores de $y(n)$, o que corresponde ao comportamento ineficiente do algoritmo DD nessa região. Já para valores maiores de $\tilde{\rho}$, as transições entre estados ocorrem de forma mais lenta. É nessa última condição que opera o algoritmo SDD, que apresenta decisões suaves e daí o porquê de sua denominação.

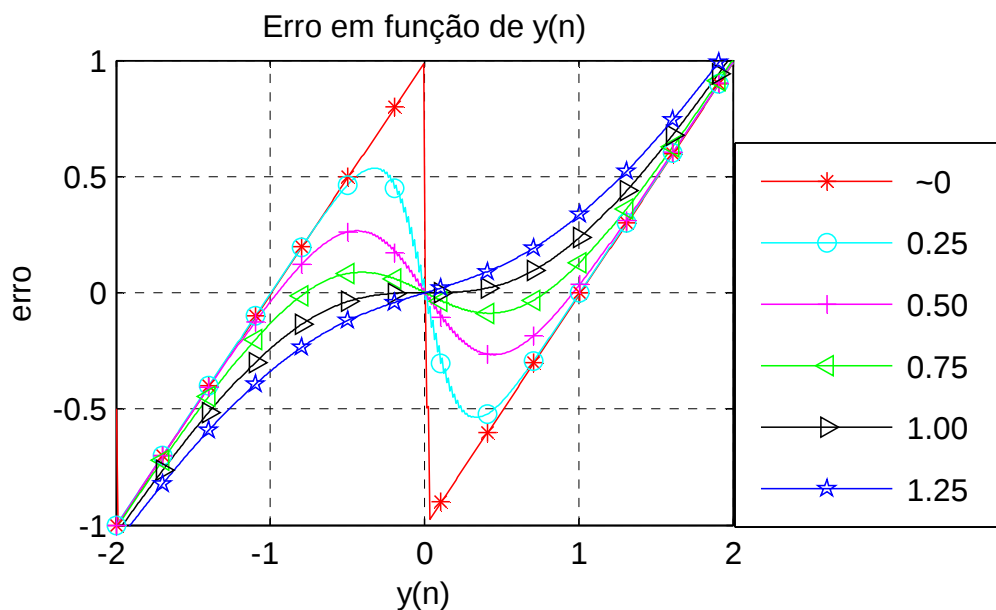


Figura 2.3: Curvas do erro de decisão para os algoritmos DD e SDD em função de $y(n)$, considerando diferentes valores de $\tilde{\rho}$ e sinal 2-PAM.

Como visto até aqui poder-se-ia utilizar o SDD para a adaptação dos coeficientes de equalizadores autodidatas, entretanto, esse algoritmo apresenta utilização limitada, já que considera apenas constelações 4-QAM. Diante dessa limitação, foi proposta sua extensão para constelações M -QAM em (CHEN *et al.*, 1995), em que $M = 4, 16, 64, 256, 1024, \dots$ e

representa o número de pontos da constelação. A fim de evitar uma elevada complexidade computacional, a extensão proposta em (CHEN *et al.*, 1995), nesta dissertação denominado SDD95, baseia-se em constelações 4-QAM, entretanto, utiliza a técnica de divisão em tarefas, reconstruindo a constelação M -QAM a partir de sub-tarefas que empregam o SDD, como na proposta original de KARAOGUZ e ADARLAN (1992). Cada sub-tarefa é realizada de forma simples o que possibilita a convergência final do algoritmo, sendo sua complexidade sempre igual à do 4-QAM, independentemente do tamanho da constelação (CHEN *et al.*, 1995). A sub-divisão em tarefas corresponde a uma divisão da constelação em regiões hierárquicas. Em cada tarefa são estabelecidas quatro regiões com seus respectivos centros geométricos, como se esses pontos formassem uma constelação “4-QAM”. Ao se estabelecer esses pontos virtuais se faz uma atualização “grosseira” (CHEN *et al.*, 1995) dos coeficientes do filtro do equalizador. Após essa atualização e também através da identificação da região à qual pertence a saída do equalizador se estabelece um novo sistema “4-QAM”, com quatro novos centros devidamente posicionados, e se repete o processamento realizado na tarefa anterior. Somente se considera que a atualização foi realizada integralmente para uma dada amostra do equalizador quando a última tarefa ocorre sobre uma constelação, cuja distância entre símbolos corresponde àquela de uma constelação 4-QAM. Aliás, é nessa última tarefa que se realiza a aproximação de maior acuidade.

Para exemplificar a operação do SDD95 para uma constelação M -QAM, considera-se aqui uma constelação 16-QAM. Seguindo o raciocínio e subdividindo a constelação em L_t tarefas tem-se $M = 2^{2L_t}$. Como $M = 16$, então, neste caso $L_t = 2$, ou seja, são realizadas duas aproximações, uma considerando quatro regiões principais com centros $2 + 2i$, $2 - 2i$, $-2 + 2i$ e $-2 - 2i$ e outra já com distâncias similares às do 4-QAM original e cujos símbolos vão depender da decisão encontrada na primeira aproximação. A Tabela 2.3 mostra as quatro regiões A_i com seus respectivos pontos.

Conforme CHEN *et al.* (1995), a correta separação dos agrupamentos é obtida tomando-se o parâmetro $\tilde{\rho}$ menor que a metade da mínima distância entre dois símbolos vizinhos da constelação considerada. Essa é apenas uma “estimativa” do valor de $\tilde{\rho}$. Para uma melhor convergência, a escolha desse parâmetro deve ser feita passo a passo, o que pode se tornar uma tarefa difícil (CHEN *et al.*, 1995). A atualização do equalizador para uma constelação

Região	Símbolo ₁	Símbolo ₂	Símbolo ₃	Símbolo ₄
A_1	$1 + i$	$3 + i$	$1 + 3i$	$3 + 3i$
A_2	$-1 + i$	$-3 + i$	$-1 + 3i$	$-3 + 3i$
A_3	$-1 - i$	$-3 - i$	$-1 - 3i$	$-3 - 3i$
A_4	$1 - i$	$3 - i$	$1 - 3i$	$3 - 3i$

Tabela 2.3: Símbolos possíveis para a segunda tarefa do SDD95 para 16-QAM.

M -QAM é executada em L_t etapas, sendo $L_t = \log_2 \sqrt{M}$. Dessa forma, a complexidade do algoritmo é sempre equivalente à L_t vezes a complexidade mínima do caso 4-QAM.

As Figuras 2.4 e 2.5 ilustram os centros considerados pelo SDD95 durante a atualização de cada coeficiente dos filtros do equalizador.

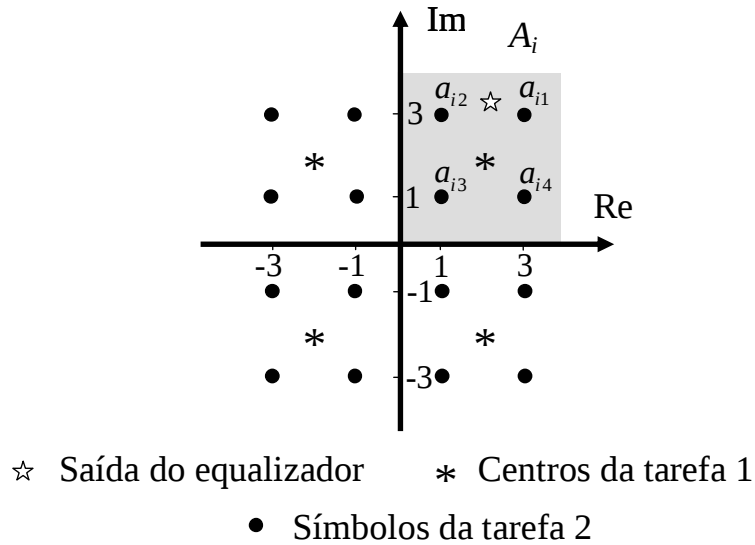


Figura 2.4: Esboço da constelação 16-QAM, com a identificação dos centros considerados durante as 2 etapas para a atualização dos coeficientes do equalizador pelo SDD95. Na segunda tarefa, os centros já correspondem aos símbolos da constelação 16-QAM.

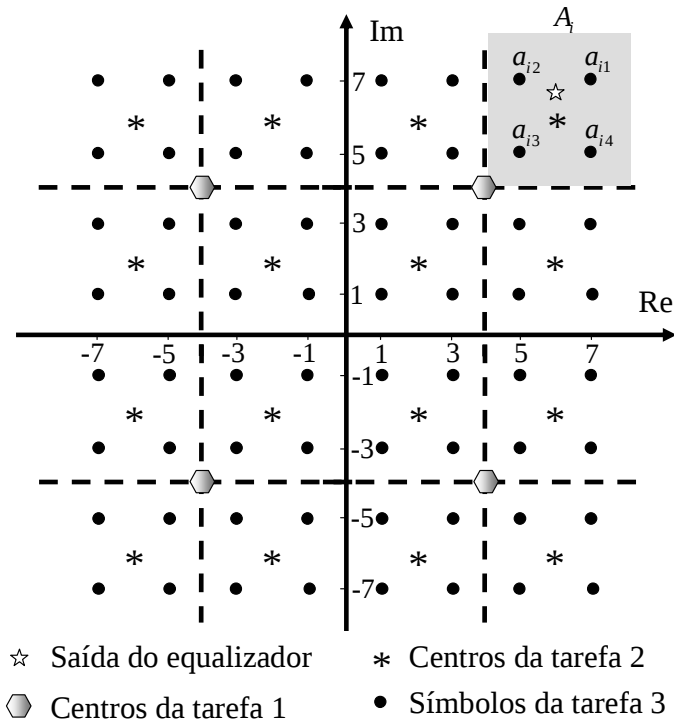


Figura 2.5: Esboço da constelação 64-QAM, com a identificação dos centros considerados durante as 3 etapas para a atualização dos coeficientes do equalizador pelo SDD95. Na terceira tarefa, os centros já correspondem aos símbolos da constelação 64-QAM.

Apesar do SDD95 apresentar resultados satisfatórios, o mesmo possui baixa velocidade de convergência em função da constelação, devido às $L_t - 1$ tarefas. Sendo assim, baseado em (DE CASTRO & DE CASTRO, 2001), CHEN (2003) propôs uma modificação ao SDD95, utilizando-o em conjunto com o CMA. Essa utilização conjunta, chamada mais precisamente de concorrente é abordada na Seção 2.5. Entretanto, ainda nesta seção, é interessante entender o funcionamento do algoritmo resultante dessa modificação no que tange ao SDD. Nesta dissertação, esse algoritmo será denominado SDD03, porém esse algoritmo não aparece na literatura de forma isolada como aqui citado.

O SDD03 substitui as $L_t - 1$ aproximações “grosseiras” por $2(L_t - 1)$ comparações / decisões. Já a última tarefa (L_t -ésima), assim como no SDD95, é realizada considerando uma região cuja distância entre símbolos é igual à de uma constelação 4-QAM. Com essa alteração se reduz o esforço computacional total. Generalizando as expressões desenvolvidas para o caso 4-QAM e considerando uma convergência previamente “satisfatória” tem-se um equacionamento igual ao de (KARAOGUZ & ADARLAN, 1992) para a última tarefa.

Como exemplo, considera-se uma constelação 64-QAM. O plano complexo pode ser dividido em $M/4 = 16$ regiões regulares. Nesse caso, como indicado na Figura 2.6, cada uma das 16 regiões contém quatro símbolos. Suponha que para um instante n_o a saída do equalizador seja $y(n_o) = 6.0 + 6.7i$. Nesse instante, o SDD03 realiza as duas primeiras comparações verificando que $y(n_o)$ possui componentes real e imaginária positivas e “decide” pela região correspondente ao primeiro quadrante. As duas comparações seguintes consideram como novos limiares de comparação os níveis cujas linhas tracejadas passam por $4 + 0i$ e por $0 + 4i$. Essas levam o algoritmo a “decidir” pela região A_i . Em seguida, o SDD03 se comporta como o SDD95 em seu último estágio, considerando os símbolos $5 + 5i$, $7 + 5i$, $5 + 7i$ e $7 + 7i$ na Equação (2.56) para o cálculo do erro de adaptação. Portanto, neste caso, para obtenção do erro $e_d(n_o)$ foram realizadas $2(L_t - 1) = 2(\log_2(\sqrt{64}) - 1) = 4$ comparações / decisões.

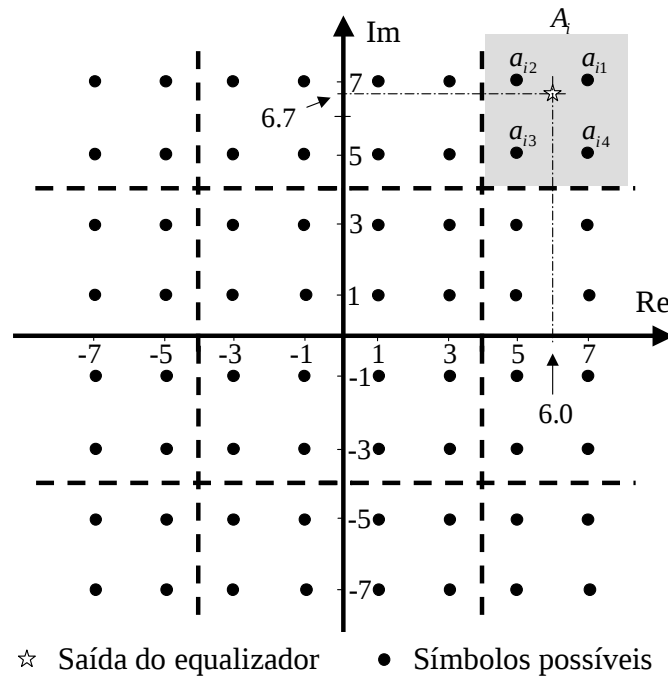


Figura 2.6: Ilustração das regiões “4-QAM” para a adaptação do algoritmo SDD03 e uma constelação 64-QAM.

Apesar da redução do esforço computacional e do excelente funcionamento do SDD03 para constelações como 4-QAM e 16-QAM, a convergência de forma isolada pode não ser alcançada para constelações como 64-QAM e 256-QAM. Aparentemente, essa particularidade não compromete o desempenho do SDD03 quando operando de forma concorrente com o CMA, como mostram as simulações de (CHEN, 2003). Entretanto, como uma contribuição

adicional deste trabalho, mostra-se que uma modificação imposta ao SDD03 possibilita a convergência do algoritmo modificado de forma independente para constelações M -QAM ($M \geq 4$). O algoritmo proposto denominado MSDD, assim como o SDD03, substitui as $L_t - 1$ aproximações “grosseiras” por $2(L_t - 1)$ comparações / decisões e finaliza cada iteração do algoritmo, considerando uma região cuja distância entre símbolos é igual à de uma constelação 4-QAM, preservando a boa complexidade computacional do SDD03. De fato, o MSDD difere do SDD03 apenas por conta de um fator denominado “c”.

Para o entendimento deste algoritmo são consideradas as equações de atualização dos coeficientes dos filtros direto e de realimentação do equalizador DFE, relativas ao algoritmo SDD03

$$\mathbf{f}(n) = \mathbf{f}(n-1) - \mu_d e_d(n) \mathbf{u}_f^*(n) \quad (2.57)$$

$$\mathbf{b}(n) = \mathbf{b}(n-1) - \mu_d e_d(n) \hat{\mathbf{a}}^*(n) \quad (2.58)$$

Essas equações mostram que a atualização dos coeficientes, tanto do filtro direto como do filtro de realimentação, dependem dos respectivos valores desses coeficientes no instante anterior $\mathbf{f}(n-1)$ e $\mathbf{b}(n-1)$, dos vetores regressores das respectivas entradas $\mathbf{u}_f^*(n)$ e $\hat{\mathbf{a}}^*(n)$, do passo de adaptação μ_d e também de $e_d(n)$, definido na Equação (2.56) e que corresponde ao erro de decisão do SDD03 para a última tarefa.

Tomando como referência uma constelação M -QAM, são identificáveis $M/4$ regiões A_i do tipo 4-QAM, com $i = 1, \dots, M/4$. Independentemente da região considerada (região similar à constituída pela constelação 4-QAM) dentro de uma constelação qualquer, o valor de e_d está relacionado ao valor da saída do equalizador dentro dessa região em relação aos símbolos considerados. Para ilustrar tal afirmação, considera-se a saída de um equalizador em dois instantes quaisquer, cujos respectivos valores sejam $y_a = 0.1 + 0.1i$ e $y_b = 4.1 + 4.1i$ em uma constelação 64-QAM. O cálculo do valor de e_d resulta igual a $0.9035 + 0.9035i$ (para $\tilde{\rho} = 0.6$) nos dois instantes. Isso por que o valor de e_d depende apenas da distância do sinal $y(n)$ ao respectivo centro da região considerada. Nesse caso, essa distância é igual à $0.1 + 0.1i$ para as duas saídas consideradas. Por essa razão, a atualização direta dos coeficientes, considerando o SDD03, funciona para constelações 4-QAM e 16-QAM, cujos centros “4-QAM” equivalentes guardam a mesma distância em relação à origem do plano complexo. Já as constelações M -QAM para $M \geq 64$ não possuem tal característica e então a atualização

do equalizador com o SDD03 pode resultar não-convergente. A atualização assim realizada não considera o valor absoluto das amostras do sinal na saída do equalizador. Caso o SDD03 seja utilizado de forma isolada, podem ocorrer atualizações corretas para algumas iterações e outras totalmente imprecisas, o que pode impossibilitar a convergência eficiente. O problema descrito não ocorre, por exemplo, para constelações 16-QAM, pois estas apresentam apenas quatro regiões do tipo 4-QAM uniformemente distribuídas no plano complexo e cujos centros guardam a mesma distância em relação à origem do referido plano $(0, 0)$. Já as constelações com $M > 16$ ($M = 64, 256, \dots$) apresentam regiões do tipo 4-QAM cujos centros possuem distâncias diferentes em relação à origem, apesar da distribuição dessas regiões permanecer uniforme no plano complexo.

Inspirando-se no algoritmo do Módulo Constante (GODARD, 1980) e no SDD (CHEN *et al.*, 1995; CHEN, 2003; KARAOGUZ & ADARLAN, 1992) considerou-se a possibilidade da classificação das regiões 4-QAM em função das distâncias dos centros das mesmas em relação à origem do plano complexo. Realmente, é possível adotar classes de centros de regiões inscritos em circunferências distintas. A partir desse ponto considerou-se ao SDD03, mais especificamente ao parâmetro $e_d(n)$, um fator de multiplicação “ $c(n)$ ”, que considera a distância da origem do plano complexo ao centro de cada grupamento, com o objetivo de ponderar a atualização dos coeficientes dos equalizadores em função da classificação adotada. Na Figura 2.7, são mostrados os pontos da constelação 64-QAM, bem como seus respectivos símbolos e as circunferências com raios “ c ”. Da circunferência mais interna para a mais externa os valores de “ c ” são respectivamente 2.8284; 6.3246 e 8.4853.

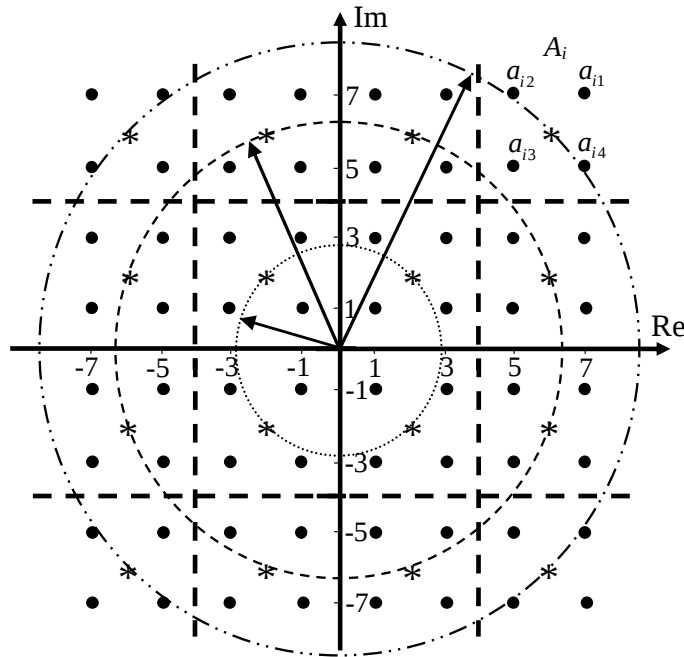


Figura 2.7: Classificação dos centros das regiões “4-QAM” em função de suas distâncias em relação à origem do plano complexo, para a constelação 64-QAM.

Assumindo a mesma situação do exemplo da Figura 2.6 para o algoritmo SDD03, considere-se que para um dado instante n_o a saída do equalizador vale $y(n_o) = 6.0 + 6.7i$. Da mesma forma que o SDD03, o MSDD realiza as $2(L_t - 1)$ comparações “decidindo-se” pela região A_i que contém os símbolos $5 + 5i$, $7 + 5i$, $5 + 7i$ e $7 + 7i$ (veja Figura 2.6). Nesse instante, o MSDD calcula $e_d(n_o)$ com base nesses símbolos, porém considerando o valor de $c(n_o)$ correspondente à distância da origem ao centro de A_i , que nesse caso vale 8.9939.

O algoritmo MSDD é mostrado na Tabela 2.4. Os vetores $\mathbf{f}$ e $\mathbf{b}$ correspondem respectivamente aos coeficientes dos filtros direto e de realimentação. É importante salientar que o MSDD se reduz ao SDD03 para o caso de $c(n) = 1$. Diferentemente de algoritmos do Módulo Constante, o SDD e o MSDD não necessitam da correção de rotações de fase através de algoritmos como o PTA, desde que estas estejam no intervalo $] -\pi/2, \pi/2[$. Rotações múltiplas de $\pi/2$ devem ser evitadas através da codificação diferencial (PROAKIS, 1996).

Inicialização do algoritmo: $\mathbf{f}(0) = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0], \quad \mathbf{b}(0) = \mathbf{0}$
Para cada instante de tempo, $n = 1, 2, \dots$, calcule: $y_f(n) = \mathbf{u}^T(n)\mathbf{f}(n-1)$ $y_b(n) = \hat{\mathbf{a}}_{\Delta}^T(n)\mathbf{b}(n-1)$ $y(n) = y_f(n) + y_b(n)$ Identifique a região A_i fazendo $2(L_t - 1)$ comparações e calcule: $c(n) = abs(\text{centro de } A_i)$ $e_d(n) = \frac{\sum_{m=1}^4 \exp\left[-\frac{ \varepsilon_{im}(n) ^2}{2\tilde{\rho}}\right] \varepsilon_{im}(n)c(n)}{\sum_{m=1}^4 \exp\left[-\frac{ \varepsilon_{im}(n) ^2}{2\tilde{\rho}}\right]}$ $\mathbf{f}(n) = \mathbf{f}(n-1) - \mu_d e_d(n) \mathbf{u}_f^*(n)$ $\mathbf{b}(n) = \mathbf{b}(n-1) - \mu_d e_d(n) \hat{\mathbf{a}}_{\Delta}^*(n)$

Tabela 2.4: Sumário do MSDD.

2.5 O algoritmo autodidata concorrente de CHEN

Considerando que o CMA não atende o nível de MSE exigido por alguns sistemas de comunicações, pesquisadores propuseram alternativas com o objetivo de reduzi-lo. Uma das idéias é iniciar o processo de equalização através do CMA, devido sua baixa complexidade computacional (LICCIARDI, 2003; DE CASTRO *et al.*, 2001; CHEN, 2003; SOARES, 2004) e obter uma redução do nível de MSE a partir de outro algoritmo por meio de chaveamento. Através desse raciocínio e após a convergência, o CMA pode ser chaveado, por exemplo, para o algoritmo DD a fim de minimizar o MSE atingido em regime (MACCHI & EWEDA, 1984). Contudo, nem sempre o MSE em regime é suficientemente pequeno, o que compromete tal esquema (DE CASTRO *et al.*, 2001). Diante da limitação imposta pelo chaveamento, DE CASTRO *et al.* (2001) propuseram que o algoritmo de Decisão Direta operasse de forma concorrente com o CMA, considerando constelações do tipo M -QAM. Ainda assim, a adaptação

do algoritmo DD deve ser feita após a do CMA, pois dessa forma evita-se a propagação de erros devido às decisões erradas. Se a adaptação do CMA tiver sido considerada correta, com uma alta probabilidade (DE CASTRO *et al.*, 2001; CHEN, 2003) então os coeficientes podem ser ajustados com o algoritmo DD. Apesar de um médio aumento da complexidade computacional, o CMA e o DD operando de forma concorrente possibilitam uma grande melhora de desempenho em relação ao do CMA operando de forma singela (CHEN, 2003).

Tendo em vista o problema de minimização do MSE, a vantagem de se considerar o CMA como parte de uma nova solução em função de suas reconhecidas propriedades e também dos resultados de (DE CASTRO *et al.*, 2001), CHEN (2003) propôs uma solução alternativa, substituindo o algoritmo de Decisão Direta pelo de algoritmo de Decisão Direta Suave, aqui denominado SDD03. Esse algoritmo possui complexidade computacional menor e taxa de convergência mais rápida do que o CMA+DD (CHEN *et al.*, 2004). Além disso, ele efetua de forma implícita a correção de rotações de fase que estejam no intervalo $]-\pi/2, \pi/2[$. Rotações múltiplas de $\pi/2$ devem ser evitadas através da codificação diferencial (PROAKIS, 1996). Isso ocorre devido à utilização do SDD, sendo assim não há necessidade de utilização de algoritmos de correção de fase como o PTA.

Basicamente, o algoritmo concorrente de (CHEN, 2003), CMA+SDD03, possui complexidade computacional situada entre a do CMA e a do CMA+DD de (DE CASTRO *et al.*, 2001). Considerando por exemplo um equalizador linear transversal, a adaptação do vetor de coeficientes do filtro direto pelo CMA+SDD03 se dá mediante a somatória dos vetores adaptados pelo CMA e pelo SDD03 respectivamente.

Em seu trabalho, SOARES (2004) propôs a utilização do CMA+SDD03 na adaptação de equalizadores de decisão realimentada. Nesse caso, o algoritmo de CHEN (2003) precisou ser modificado para incluir o DFE-CMA-FB, cujo algoritmo é mostrado na Tabela 2.2. O algoritmo proposto em (SOARES, 2004), denominado NDEG-SDD-CMA (*Non-Degenerated Soft Decision-Directed-CMA*), permite que a idéia de utilização de algoritmos autodidatas concorrentes possa ser estendida aos equalizadores de decisão realimentada. Com isso, preserva-se o bom comportamento dos algoritmos concorrentes e tem-se uma equalização autodidata que evita soluções degeneradas.

O algoritmo resultante é mostrado na Tabela 2.5. $\mathbf{f}$ e $\mathbf{b}$ são respectivamente os vetores

dos coeficientes dos filtros direto e de realimentação atualizados com o algoritmo SDD03. Já $\mathbf{w}_f$ e $\mathbf{w}_b$ são os vetores dos coeficientes atualizados pelo DFE-CMA-FB. Nesse caso, $c(n)$ é fixo e igual a um. Caso $c(n)$ seja atualizado como mostrado para o MSDD, obtém-se a operação concorrente do DFE-CMA-FB e do MSDD, aqui denominado NDEG-MSDD-CMA.

Inicialização do algoritmo: $\mathbf{w}_f(0) = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0]^T, \quad E_{y_f}(0) = 0$ $\mathbf{f}(0) = \mathbf{g}(0) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{w}_b(0) = \mathbf{b}(0) = \mathbf{0}$
Para cada instante de tempo, $n = 1, 2, \dots$, calcule: $y_f(n) = \mathbf{u}^T(n) [\mathbf{w}_f(n-1) + \mathbf{f}(n-1)]$ $y_b(n) = \hat{\mathbf{a}}_\Delta^T(n) [\mathbf{w}_b(n-1) + \mathbf{b}(n-1)]$ $y(n) = y_f(n) + y_b(n)$ $e(n) = (y(n) ^2 - R_2^a)y(n)$ $E_{y_f}(n) = \alpha E_{y_f}(n-1) + (1-\alpha) y_f(n) ^2$ $\mathbf{g}(n) = \alpha \mathbf{g}(n-1) + (1-\alpha)y_f(n)\mathbf{u}^*(n)$ $C_w(n) = \ \mathbf{w}_b(n-1)\ ^2 - E_{y_f}(n)$ $\lambda(n) = \lambda_o v(C_w(n))$ $\mathbf{w}_f(n) = \mathbf{w}_f(n-1) + \mu[\lambda(n)\mathbf{g}(n) - e(n)\mathbf{u}^*(n)]$ $\mathbf{w}_b(n) = [1 - \mu\lambda(n)]\mathbf{w}_b(n-1) - \mu e(n)\hat{\mathbf{a}}_\Delta^*(n)$ Identifique a região A_i fazendo $2(L_t - 1)$ comparações e calcule: $e_d(n) = \frac{\sum_{m=1}^4 \exp\left[-\frac{ \varepsilon_{im}(n) ^2}{2\tilde{\rho}}\right] \varepsilon_{im}(n)c(n)}{\sum_{m=1}^4 \exp\left[-\frac{ \varepsilon_{im}(n) ^2}{2\tilde{\rho}}\right]}$ $\mathbf{f}(n) = \mathbf{f}(n-1) - \mu_d e_d(n)\mathbf{u}_f^*(n)$ $\mathbf{b}(n) = \mathbf{b}(n-1) - \mu_d e_d(n)\hat{\mathbf{a}}_\Delta^*(n)$

Tabela 2.5: Sumário do NDEG-MSDD-CMA.

2.6 Conclusões

Neste capítulo, foi revisitada a equalização autodidata para o caso SISO-DFE, bem como as condições para a equalização perfeita. O CMA (GODARD, 1980) também foi abordado, como algoritmo para adaptação conjunta dos filtros direto e de realimentação do DFE. Nesse caso, verificou-se que pode ocorrer o aparecimento de soluções degeneradas, razão pela qual foi revisitado o DFE-CMA-FB, proposto por SZCZECINSKI e GEI (2002). Pelo fato de evitar soluções degeneradas, verifica-se que o DFE-CMA-FB deve ser preferido ao CMA para a adaptação do DFE. Ainda neste capítulo, foram revisitados os algoritmos SDD95 de (CHEN *et al.*, 1995), o concorrente CMA+SDD03 de (CHEN, 2003) e o NDEG-SDD-CMA de (SOARES, 2004).

Como uma contribuição adicional desta dissertação foi proposta uma modificação ao SDD03, levando ao algoritmo MSDD, com o objetivo de melhorar a adaptação dos coeficientes dos equalizadores de decisão realimentada, quando esses operam com constelações M -QAM, para $M \geq 64$. A utilização desse algoritmo de forma concorrente com o CMA também foi proposta, recebendo a denominação de NDEG-MSDD-CMA.

É importante salientar que doravante, nesta dissertação, para que não haja qualquer erro de interpretação, as denominações dos algoritmos, como no caso do NDEG-SDD-CMA e outros, se referem ao SDD03, exceto caso mencionado ao contrário. As referências SDD95 e SDD03 foram utilizadas apenas para explicar a evolução do algoritmo SDD (CHEN, 2003) ao longo do tempo. Já o MSDD e o NDEG-MSDD-CMA devem ser considerados algoritmos propostos desta dissertação, na adaptação de equalizadores de decisão realimentada que operam com constelações M -QAM, em que $M \geq 4$.

Capítulo 3

Equalização autodidata para o caso multiusuário

Neste capítulo, são considerados os algoritmos para a adaptação de sistemas multiusuário baseados no DFE e, por derivação desses, os com base no LTE. Inicialmente, na Seção 3.1, os sistemas do tipo espaço-temporal, ou sistemas MIMO, são estudados à luz dos equalizadores de decisão realimentada. O equacionamento para esse problema é proposto ainda nessa seção, obtendo-se as condições para equalização perfeita para o MIMO-DFE. Na Seção 3.2, propõe-se uma extensão do DFE-CMA-FB para adaptação dos sistemas MIMO-DFE. Considera-se ainda a penalização das correlações cruzadas das seqüências de saída, de forma a evitar a detecção de seqüências iguais nas saídas dos equalizadores. Na Seção 3.3 propõe-se a extensão dos algoritmos SDD e MSDD, bem como suas versões concorrentes NDEG-SDD-CMA e NDEG-MSDD-CMA, para adaptação dos sistemas MIMO-DFE.

3.1 Sistemas multiusuário a partir da equalização de decisão realimentada

A exemplo dos sistemas SISO, os sistemas MIMO também podem identificar os sinais transmitidos, através dos equalizadores de decisão realimentada. Nos sistemas MIMO os sinais são transmitidos a partir de N fontes de informação, passam através de canais de comunicação - os quais agregam interferência intersimbólica, interferência do próprio canal e ruído aos

sinais originais - e, por fim, alcançam as L ($L > N$) antenas ou sensores dos receptores. Cabe aos receptores a tarefa de extrair os sinais originalmente transmitidos, a despeito das interferências e ruídos agregados ao longo dos respectivos trajetos. Especificamente, o equalizador de cada receptor deverá ser adaptado de forma a mitigar a interferência intersimbólica introduzida pelo canal. Neste ponto, é bom lembrar que, a exemplo do que foi visto para sistemas SISO, o desempenho de cada equalizador cai na medida em que o ruído aumenta, já que a equalização não compensa a ocorrência de ruído, apesar de reduzir substancialmente o efeito da ISI. A Figura 3.1 mostra o diagrama de blocos do sistema MIMO-DFE para $N = 2$ e $L = 3$. Assume-se que as fontes de dados $a_i(n)$, $i = 1, \dots, N$ são i.i.d., independentes entre si, não-gaussianas, e de médias estatísticas nulas. O canal da i -ésima fonte para o ℓ -ésimo sensor é modelado através de um filtro FIR com K_c coeficientes e η_i , $i = 1, 2, \dots, L$ representa o ruído gaussiano branco e aditivo. As saídas dos L sensores são processadas com N equalizadores de decisão realimentada, na configuração espaço-temporal. Cada equalizador DFE possui diversidade temporal K_t , $M_f = L \times K_t$ coeficientes no filtro direto, e M_b coeficientes no filtro de realimentação. O equalizador deve minimizar os efeitos do canal e recuperar as seqüências $a_1(n), a_2(n), \dots, a_N(n)$, com seus respectivos atrasos $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N$. Assume-se, sem perda de generalidade, que o i -ésimo equalizador converge assintoticamente para a i -ésima fonte com atraso Δ_i .

Considerando a diversidade espaço-temporal, o vetor de entrada do filtro direto pode ser escrito como

$$\mathbf{u}(n) = [\mathbf{u}_1^T(n) \quad \mathbf{u}_2^T(n) \quad \dots \quad \mathbf{u}_L^T(n)]^T, \quad (3.1)$$

em que

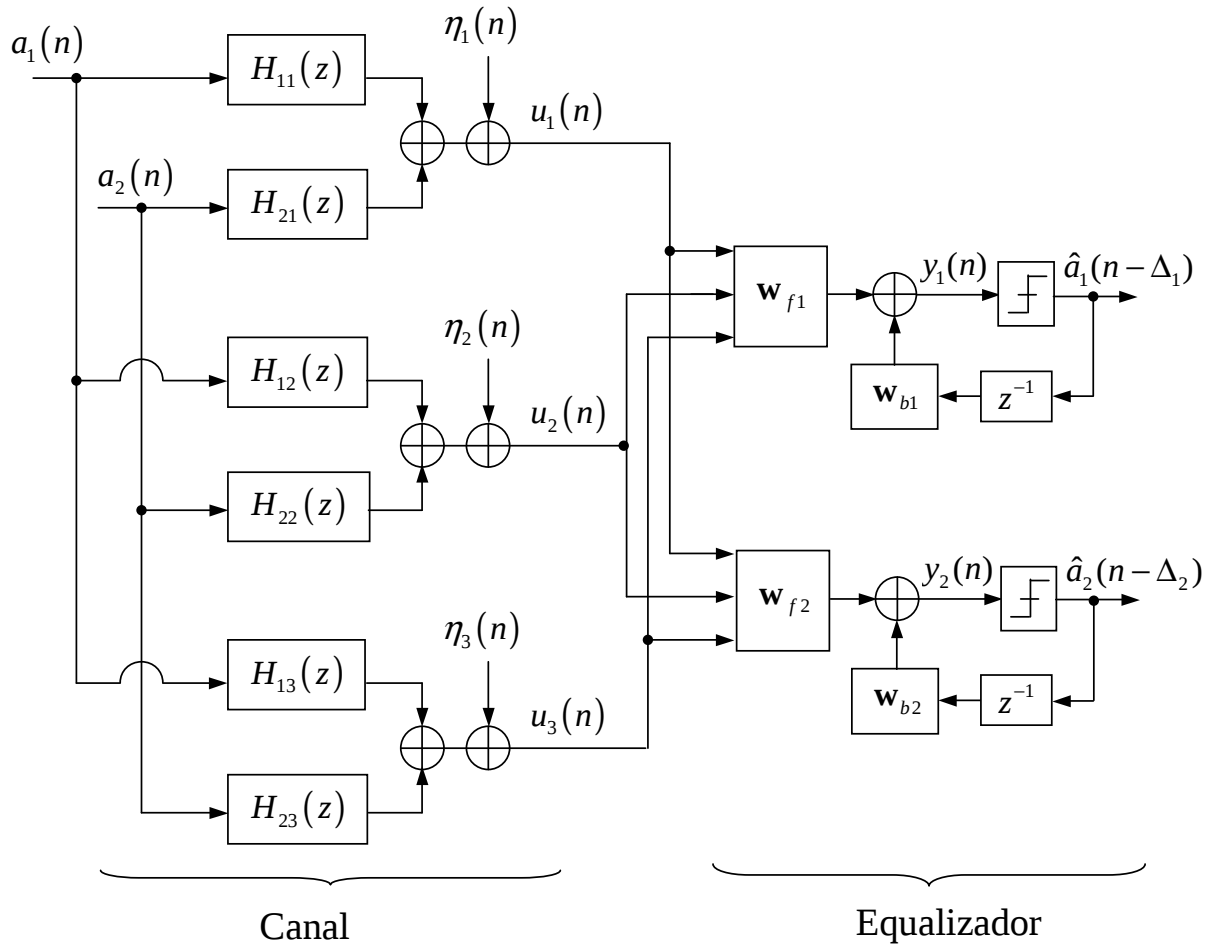
$$\mathbf{u}_\ell(n) = [u_\ell(n) \quad u_\ell(n-1) \quad \dots \quad u_\ell(n-K_t+1)]^T, \quad (3.2)$$

com $\ell = 1, 2, \dots, L$. O i -ésimo vetor de entrada do filtro de realimentação é dado por

$$\hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}(n) = [\hat{a}_i(n-\Delta_i-1) \quad \dots \quad \hat{a}_i(n-\Delta_i-M_b)]^T, \quad (3.3)$$

sendo que $\hat{a}_i$ corresponde à estimativa de a_i e é obtido na saída do circuito decisor, também mostrado na Figura 3.1. A saída do i -ésimo equalizador pode ser escrita como

$$y_i(n) = y_{fi}(n) + y_{bi}(n), \quad (3.4)$$


 Figura 3.1: Modelo do sistema MIMO-DFE, $N = 2$, $L = 3$.

em que

$$y_{fi}(n) = \mathbf{u}^T(n) \mathbf{w}_{fi}, \quad (3.5)$$

e

$$y_{bi}(n) = \hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}^T(n) \mathbf{w}_{bi}. \quad (3.6)$$

Agregando os vetores das entradas e também os vetores dos coeficientes dos filtros diretos e de realimentação, tem-se

$$\mathbf{u}_{fbi}(n) = [\mathbf{u}^T(n) \quad \hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}^T(n)]^T \quad (3.7)$$

e

$$\mathbf{w}_{fbi} = [\mathbf{w}_{fi}^T \quad \mathbf{w}_{bi}^T]^T. \quad (3.8)$$

Utilizando-se essa notação, a saída do i -ésimo equalizador pode ser reescrita como

$$y_i(n) = \mathbf{u}_{fbi}^T(n) \mathbf{w}_{fbi}. \quad (3.9)$$

Nesse ponto, assume-se que as decisões são corretas, a exemplo do que foi considerado para o caso SISO, ou seja, $\hat{a}_i = a_i$, $i = 1, 2, \dots, N$, e ainda a ausência de ruído. Com essas considerações, o vetor de entrada do equalizador $\mathbf{u}_{fbi}(n)$ pode ser escrito como

$$\mathbf{u}_{fbi}(n) = \mathbf{H}_{fbi}^T \tilde{\mathbf{a}}_i(n), \quad (3.10)$$

em que $\mathbf{H}_{fbi}$ é a matriz de convolução do canal equivalente,

$$\tilde{\mathbf{a}}_i(n) = [\mathbf{a}_{1i}^T(n) \ \mathbf{a}_{2i}^T(n) \ \cdots \ \mathbf{a}_{Ni}^T(n)]^T \quad (3.11)$$

e

$$\mathbf{a}_{ki}(n) = [a_k(n) \ a_k(n-1) \ \cdots \ a_k(n-\tau_{ki})]^T, \quad (3.12)$$

com $k = 1, 2, \dots, N$. Definindo

$$\tau \triangleq K_t + K_c - 2, \quad (3.13)$$

τ_{ki} de (3.12) é dada por

$$\tau_{ki} = \begin{cases} \tau, & k \neq i \\ \tau, & k = i \text{ and } \Delta_i \leq \tau - M_b \\ \Delta_i + M_b, & k = i \text{ and } \Delta_i > \tau - M_b \end{cases}. \quad (3.14)$$

Se $\Delta_i \leq \tau - M_b$, a matriz $\mathbf{H}_{fbi}^T$ é escrita como

$$\mathbf{H}_{fbi}^T = \begin{bmatrix} & & \mathbf{H}_{1,N}^T & \\ \text{-----} & & & \\ \mathbf{0}_{M_b \times \tau_0} & \mathbf{I}_{M_b} & \mathbf{0}_{M_b \times \tau_1} & \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

em que $\mathbf{I}_{M_b}$ corresponde à matriz identidade com dimensões $M_b \times M_b$, $\mathbf{0}_{M_b \times K}$ é uma matriz nula com dimensões $M_b \times K$, sendo K e M_b inteiros positivos,

$$\tau_0 = (i-1)(\tau+1) + \Delta_i + 1, \quad (3.16)$$

$$\tau_1 = (N-i+1)(\tau+1) - M_b - \Delta_i - 1, \quad (3.17)$$

e $\mathbf{H}_{1,N}^T$ é obtida fazendo $j = 1$ e $k = N$ na seguinte matriz

$$\mathbf{H}_{j,k}^T = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{j1}^T & \mathcal{H}_{(j+1)1}^T & \cdots & \mathcal{H}_{k1}^T \\ \mathcal{H}_{j2}^T & \mathcal{H}_{(j+1)2}^T & \cdots & \mathcal{H}_{k2}^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{H}_{jL}^T & \mathcal{H}_{(j+1)L}^T & \cdots & \mathcal{H}_{kL}^T \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

sendo $k \geq j$ e $\mathcal{H}_{i\ell}$ a matriz de convolução do canal $H_{i\ell}(z)$, que relaciona a fonte i ao sensor ℓ . É importante salientar que $\mathbf{H}_{j,k}^T$ possui M_f linhas e $(k - j + 1)(\tau + 1)$ colunas. Em contrapartida, se $\Delta_i > \tau - M_b$, a matriz $\mathbf{H}_{fbi}^T$ é dada por

$$\mathbf{H}_{fbi}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,i}^T & \mathbf{0}_{M_f \times \tau_2} & \mathbf{H}_{(i+1),N}^T \\ \mathbf{0}_{M_b \times \tau_3} & \mathbf{I}_{M_b} & \mathbf{0}_{M_b \times \tau_4} \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

sendo

$$\tau_2 = \Delta_i + M_b - \tau, \quad (3.20)$$

$$\tau_3 = \tau(i - 1) + i + \Delta_i, \quad (3.21)$$

e

$$\tau_4 = (N - i)(\tau + 1). \quad (3.22)$$

Cabe observar que para $i = N$, $\mathbf{H}_{fbi}^T$ se reduz a

$$\mathbf{H}_{fbN}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,N}^T & \mathbf{0}_{M_f \times \tau_2} \\ \mathbf{0}_{M_b \times \tau_3} & \mathbf{I}_{M_b} \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Das matrizes (3.15) e (3.19), observa-se que $\mathbf{H}_{fbi}$ depende da relação entre Δ_i , τ , e M_b e pode ter as seguintes dimensões

$$\begin{cases} N(\tau + 1) & \times & (M_f + M_b), & \text{se } \Delta_i \leq \tau - M_b \\ (\tau_3 + \tau_4 + M_b) & \times & (M_f + M_b), & \text{se } \Delta_i > \tau - M_b \end{cases}.$$

A equalização perfeita pode ser alcançada, na ausência de ruído, se $\mathbf{H}_{fbi}$ tiver posto completo, ou seja, se $\mathbf{H}_{fbi}$ possuir o número de colunas linearmente independentes maior do que o número de linhas (PAPADIAS & PAULRAJ, 1995). Portanto, usando as possíveis dimensões de $\mathbf{H}_{fbi}$, chega-se a

$$M_f \geq \frac{N(K_c - 1) - M_b}{1 - N/L}, \quad \text{se } \Delta_i \leq \tau - M_b \quad (3.24a)$$

e

$$M_f \geq \frac{(N-1)(K_c-1) + \Delta_i + 1}{1 - (N-1)/L}, \quad \text{se } \Delta_i > \tau - M_b. \quad (3.24b)$$

O lado direito de (3.24a) deve ser positivo já que M_f representa o número de coeficientes do filtro direto. Nesse caso, $L > N$ e $M_b < N(K_c - 1)$ devem ser assegurados para que a equalização perfeita seja obtida com o DFE, quando $\Delta_i \leq \tau - M_b$. Em contrapartida, o DFE pode alcançar a equalização perfeita no caso de $\Delta_i > \tau - M_b$, se a condição (3.24b) estiver assegurada, o que resulta em $L \geq N$, ou seja, o número de sensores deve ser maior ou igual ao número de fontes. Considerando a equalização espaço-temporal autodidata, como Δ_i e K_c são normalmente desconhecidos, é usual assumir $L > N$. Além disso, se observa em (3.24) que, para se assegurar equalização perfeita, cada equalizador deveria possuir uma configuração diferente, o que implicaria numa diversidade temporal diferente (K_t) para cada usuário. Entretanto, com o propósito de facilitar uma possível implementação e como Δ_i e K_c são desconhecidos na prática, K_t é considerado o mesmo para todos equalizadores. É importante salientar que as condições (3.24a) e (3.24b) são suficientes, mas não necessárias. A condição de equalização perfeita no caso de um equalizador MIMO-LTE (PAPADIAS & PAULRAJ, 1997) é dada por

$$M_t \geq \frac{N(K_c - 1)}{1 - N/L}, \quad (3.25)$$

sendo M_t o número de coeficientes do filtro transversal. Comparando essa condição à (3.24a) observa-se que para obter a equalização perfeita com MIMO-LTE ou MIMO-DFE, é possível que $M_f < M_t$, ou seja, o fato de considerar o filtro de realimentação permite a utilização de menos coeficientes no filtro direto se $\Delta_i \leq \tau - M_b$. Essa condição também é verificada para sistemas SISO em (PAPADIAS & PAULRAJ, 1997).

Ainda, considerando o caso SISO, revisitado no Capítulo 2, reescrevendo a Equação (3.24a) como

$$M_f(1 - N/L) \geq N(K_c - 1) - M_b \quad (3.26)$$

e fazendo $N = 1$ e $L = 1$ em (3.26) e (3.24b), chega-se às condições que asseguram a equalização perfeita com o DFE no caso SISO (PAPADIAS & PAULRAJ, 1995), conforme visto no Capítulo 2, equações (2.18) e (2.19) da página 17.

3.2 O algoritmo espaço-temporal autodidata para o DFE

Com o propósito de evitar a recuperação da mesma seqüência por mais do que um equalizador, é comum penalizar as correlações cruzadas das seqüências de saída. Nesse caso, a função custo MU-CMA (*Multiuser-CMA*) é dada por (PAPADIAS & PAULRAJ, 1997)

$$J_{G_{MIMO}} = \sum_{i=1}^N \left[J_{Gi} + \xi \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{\delta=0}^{\delta_1} |r_{ij}(\delta)|^2 \right], \quad (3.27)$$

na qual

$$\begin{aligned} J_{Gi} &= E\{(|y_i(n)|^2 - R_2^a)^2\}, \\ r_{ij}(\delta) &= E\{y_i(n)y_j^*(n - \delta)\}, \\ \delta_1 &= K_t + K_c - 1, \end{aligned}$$

e ξ é uma constante positiva. O parâmetro δ_1 está relacionado ao espalhamento de atraso (*delay spread*) do canal e $r_{ij}(\delta)$ representa correlação cruzada entre a saída do i -ésimo equalizador e a saída do j -ésimo equalizador com atraso δ (PAPADIAS & PAULRAJ, 1997; LUO & CHAMBERS, 2002). Uma estimativa instantânea do gradiente da função custo relacionada ao i -ésimo equalizador é dada por (LUO & CHAMBERS, 2002)

$$\hat{\nabla}_i J_{G_{MIMO}} = \bar{e}_i(n) \mathbf{u}_{fbi}^*(n), \quad (3.28)$$

em que

$$\bar{e}_i(n) = e_i(n) + \epsilon_i(n), \quad (3.29)$$

$$e_i(n) = (|y_i(n)|^2 - R_2^a)y_i(n), \quad (3.30)$$

e

$$\epsilon_i(n) = \frac{\xi}{2} \hat{\mathbf{r}}_i^T(n) \mathbf{y}_i(n). \quad (3.31)$$

Os vetores coluna $\hat{\mathbf{r}}_i(n)$ e $\mathbf{y}_i(n)$ possuem $(N - 1)(\delta_1 + 1)$ elementos e são definidos por (LUO & CHAMBERS, 2002)

$$\hat{\mathbf{r}}_i(n) = [\hat{\mathbf{r}}_{i,1}^T \cdots \hat{\mathbf{r}}_{i,i-1}^T \quad \hat{\mathbf{r}}_{i,i+1}^T \cdots \hat{\mathbf{r}}_{i,N}^T]^T \quad (3.32)$$

e

$$\mathbf{y}_i(n) = [\check{\mathbf{y}}_1^T(n) \cdots \check{\mathbf{y}}_{i-1}^T(n) \check{\mathbf{y}}_{i+1}^T(n) \cdots \check{\mathbf{y}}_N^T(n)]^T, \quad (3.33)$$

com

$$\hat{\mathbf{r}}_{i,j} = [\hat{r}_{ij}(0) \cdots \hat{r}_{ij}(\delta_1)]^T \quad (3.34)$$

e

$$\check{\mathbf{y}}_j(n) = [y_j(n) \cdots y_j(n - \delta_1)]^T, \quad (3.35)$$

para $1 \leq j \leq N$ and $j \neq i$.

O vetor estimativa de correlação cruzada $\hat{\mathbf{r}}_i(n)$ pode ser atualizado pela seguinte equação recursiva

$$\hat{\mathbf{r}}_i(n) = \alpha_r \hat{\mathbf{r}}_i(n-1) + (1 - \alpha_r) y_i(n) \mathbf{y}_i^*(n), \quad (3.36)$$

sendo $0 \ll \alpha_r < 1$ um fator de esquecimento. Usando essa formulação, a atualização do MU-CMA, na adaptação do MIMO-DFE, é dada por

$$\mathbf{w}_{fbi}(n) = \mathbf{w}_{fbi}(n-1) - \mu \bar{e}_i(n) \mathbf{u}_{fbi}^*(n), \quad (3.37)$$

para $i = 1, 2, \dots, N$, em que $\mu > 0$ é o passo de adaptação.

Esse algoritmo pode convergir para soluções degeneradas, caso não se considere uma restrição como a observada no Capítulo 2, Equação (2.49) da página 25. Portanto, para evitar soluções degeneradas, o DFE-CMA-FB pode ser estendido para o caso MIMO, pela substituição de $e(n)$, do caso SISO, por $\bar{e}_i(n)$ definido em (3.29). O algoritmo resultante, denotado por MU-DFE-CMA-FB, é mostrado na Tabela 3.1. É importante salientar que, como no caso SISO, o vetor $\mathbf{g}_i(n)$ da tabela aparece quando $C_{w_i}(n)$ é derivado em relação ao $\mathbf{w}_f$. Além disso, quando o multiplicador de Lagrange $\lambda_i(n)$ é nulo, MU-DFE-CMA-FB se reduz ao MU-CMA. Para evitar rotações de fase, o PTA foi incorporado ao algoritmo da Tabela 3.1.

Inicialização do algoritmo: $\mathbf{w}_{fi}(0) = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0]^T$ $\mathbf{w}_{bi}(0) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{g}_i(0) = \mathbf{0}, \quad E_i(0) = 0$
Para $n = 1, 2, \dots$, compute: { Para $i = 1, 2, \dots, N$, compute: { $y_{fi}(n) = \mathbf{u}^T(n) \mathbf{w}_{fi}(n-1)$ $y_{bi}(n) = \hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}^T(n) \mathbf{w}_{bi}(n-1)$ $y_i(n) = y_{fi}(n) + y_{bi}(n)$ $\bar{y}_i(n) = e^{-j\varphi_i(n-1)} y_i(n)$ $yr_i(n) = \text{real}(\bar{y}_i(n))$ $yi_i(n) = \text{imag}(\bar{y}_i(n))$ $ad_i(n) = \text{Decisor}(yr_i(n), yi_i(n))$ $e_i(n) = (\bar{y}_i(n) ^2 - R_2^a) \bar{y}_i(n)$ $E_{y_{fi}}(n) = \alpha_f E_{y_{fi}}(n-1) + (1 - \alpha_f) y_{fi}(n) ^2$ $\mathbf{g}_i(n) = \alpha_f \mathbf{g}_i(n-1) + (1 - \alpha_f) y_{fi}(n) \mathbf{u}^*(n)$ $C_{w_i}(n) = \ \mathbf{w}_{bi}(n-1)\ ^2 - E_{y_{fi}}(n)$ $\lambda_i(n) = \lambda_o v(C_{w_i}(n)) \}$ Para $i = 1, 2, \dots, N$, compute: { $\hat{\mathbf{r}}_i(n) = \alpha_r \hat{\mathbf{r}}_i(n-1) + (1 - \alpha_r) \bar{y}_i(n) \mathbf{y}_i^*(n)$ $\epsilon_i(n) = \frac{\xi}{2} \hat{\mathbf{r}}_i^T(n) \mathbf{y}_i(n)$ $\bar{e}_i(n) = e_i(n) + \epsilon_i(n)$ $\mathbf{w}_{fi}(n) = \mathbf{w}_{fi}(n-1) + \mu [\lambda_i(n) \mathbf{g}_i(n) - \bar{e}_i(n) \mathbf{u}^*(n)]$ $\mathbf{w}_{bi}(n) = [1 - \mu \lambda_i(n)] \mathbf{w}_{bi}(n-1) - \mu \bar{e}_i(n) \hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}^*(n)$ $\varphi_i(n) = \varphi_i(n-1) + \mu_p \text{imag}(\bar{y}_i(n) ad_i^*(n)) \}$

Tabela 3.1: Sumário do MU-DFE-CMA-FB na adaptação do MIMO-DFE.

3.3 O algoritmo espaço-temporal autodata concorrente para o DFE

Nesta seção, propõe-se a extensão dos algoritmos SDD, MSDD e suas versões concorrentes com o DFE-CMA-FB para o caso MIMO-DFE. Utilizando a formulação revisitada na Seção 3.1, algoritmos autodatas do caso MIMO podem ser obtidos diretamente de algoritmos do caso SISO. Neste caso, deve-se adicionar ao “erro” utilizado nas equações de adaptação dos coeficientes o “erro” relacionado à penalização das correlações cruzadas do sinal de saída do equalizador, a exemplo do que foi feito para obtenção do algoritmo MU-DFE-CMA-FB. Os algoritmos resultantes dessa extensão são mostrados nas tabelas 3.2 e 3.3. Em ambos os casos, ao se utilizar $c_i(n) = 1$, $i = 1, 2, \dots, N$, considera-se o algoritmo MU-SDD ao invés do MU-MSDD. Como no caso SISO, pelo fato de algoritmos do tipo SDD serem considerados, há uma implícita correção de rotações de fase que estejam no intervalo $]-\pi/2, \pi/2[$.

Através da Tabela 3.3 que resume o funcionamento do MU-NDEG-MSDD-CMA, se observa que o erro de penalização cruzada é considerado somente no algoritmo MU-DFE-CMA-FB. Ou seja, $\bar{e}_i(n) = e_i(n) + \epsilon_i(n)$ é suficiente para se evitar que os equalizadores recuperem uma mesma fonte. Tal erro também poderia ser considerado em relação ao algoritmo MU-MSDD. Entretanto, verificou-se através de simulações que essa alteração não traz nenhum ganho para o algoritmo concorrente proposto e ainda contribui para o aumento da complexidade computacional.

Inicialização do algoritmo: $\mathbf{f}_i(0) = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0]^T, \quad \mathbf{b}_i(0) = \mathbf{0}$
Para $n = 1, 2, \dots$, compute: { Para $i = 1, 2, \dots, N$, compute: { $y_{fi}(n) = \mathbf{u}^T(n) \mathbf{f}_i(n-1)$ $y_{bi}(n) = \hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}^T(n) \mathbf{b}_i(n-1)$ $y_i(n) = y_{fi}(n) + y_{bi}(n)$ Para $i = 1, 2, \dots, N$, compute: { $\hat{\mathbf{r}}_i(n) = \alpha_r \hat{\mathbf{r}}_i(n-1) + (1 - \alpha_r) y_i(n) \mathbf{y}_i^*(n)$ $\epsilon_i(n) = \frac{\xi}{2} \hat{\mathbf{r}}_i^T(n) \mathbf{y}_i(n)$ Identifique a região A_i fazendo $2(L_t - 1)$ comparações e calcule: $e_{di}(n) = \frac{\sum_{m=1}^4 \exp \left[-\frac{ \varepsilon_{im}(n) ^2}{2\tilde{\rho}} \right] \varepsilon_{im}(n) c_i(n)}{\sum_{m=1}^4 \exp \left[-\frac{ \varepsilon_{im}(n) ^2}{2\tilde{\rho}} \right]}$ $\bar{e}_i(n) = e_{di}(n) + \epsilon_i(n)$ $\mathbf{f}_i(n) = \mathbf{f}_i(n-1) - \mu_d \bar{e}_i(n) \mathbf{u}_f^*(n)$ $\mathbf{b}_i(n) = \mathbf{b}(n-1)_i - \mu_d \bar{e}_i(n) \hat{\mathbf{a}}^*(n) \}$

Tabela 3.2: Sumário do MU-MSDD na adaptação do MIMO-DFE.

Inicialização do algoritmo: $\mathbf{w}_{fi}(0) = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0]^T, \quad E_i(0) = 0$ $\mathbf{f}_i(0) = \mathbf{g}_i(0) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{w}_{bi}(0) = \mathbf{b}_i(0) = \mathbf{0}$
Para $n = 1, 2, \dots$, compute: { Para $i = 1, 2, \dots, N$, compute: { $y_{fi}(n) = \mathbf{u}^T(n) [\mathbf{w}_{fi}(n-1) + \mathbf{f}_i(n-1)]$ $y_{bi}(n) = \hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}^T(n) [\mathbf{w}_{bi}(n-1) + \mathbf{b}_i(n-1)]$ $y_i(n) = y_{fi}(n) + y_{bi}(n)$ $e_i(n) = (y_i(n) ^2 - R_2^a) y_i(n)$ $E_{y_{fi}}(n) = \alpha E_{y_{fi}}(n-1) + (1-\alpha) y_{fi}(n) ^2$ $\mathbf{g}_i(n) = \alpha \mathbf{g}_i(n-1) + (1-\alpha) y_{fi}(n) \mathbf{u}^*(n)$ $C_{w_i}(n) = \ \mathbf{w}_{bi}(n-1)\ ^2 - E_{y_{fi}}(n)$ $\lambda_i(n) = \lambda_o v(C_{w_i}(n)) \}$ Para $i = 1, 2, \dots, N$, compute: { $\hat{\mathbf{r}}_i(n) = \alpha_r \hat{\mathbf{r}}_i(n-1) + (1-\alpha_r) y_i(n) \mathbf{y}_i^*(n)$ $\epsilon_i(n) = \frac{\xi}{2} \hat{\mathbf{r}}_i^T(n) \mathbf{y}_i(n)$ $\bar{e}_i(n) = e_i(n) + \epsilon_i(n)$ $\mathbf{w}_{fi}(n) = \mathbf{w}_{fi}(n-1) + \mu [\lambda_i(n) \mathbf{g}_i(n) - \bar{e}_i(n) \mathbf{u}^*(n)]$ $\mathbf{w}_{bi}(n) = [1 - \mu \lambda_i(n)] \mathbf{w}_{bi}(n-1) - \mu \bar{e}_i(n) \hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}^*(n)$ Identifique a região A_j fazendo $2(L_t - 1)$ comparações e calcule: $e_{di}(n) = \frac{\sum_{m=1}^4 \exp \left[-\frac{ \varepsilon_{im}(n) ^2}{2\tilde{\rho}} \right] \varepsilon_{im}(n) c_i(n)}{\sum_{m=1}^4 \exp \left[-\frac{ \varepsilon_{im}(n) ^2}{2\tilde{\rho}} \right]}$ $\mathbf{f}_i(n) = \mathbf{f}_i(n-1) - \mu_d e_{di}(n) \mathbf{u}_f^*(n)$ $\mathbf{b}_i(n) = \mathbf{b}(n-1)_i - \mu_d e_{di}(n) \hat{\mathbf{a}}^*(n) \} \}$

Tabela 3.3: Sumário do MU-NDEG-MSDD-CMA na adaptação do MIMO-DFE.

3.4 Conclusões

Neste capítulo, as condições para a equalização perfeita em sistemas multiusuário, constituídos por equalizadores de decisão realimentada foram obtidas. A partir dessas condições obtiveram-se também as conhecidas condições dos sistemas MIMO-LTE (PAPADIAS & PAULRAJ, 1997) e dos sistemas SISO-DFE (PAPADIAS & PAULRAJ, 1995). O DFE-CMA-FB, algoritmo autodidata e que evita soluções degeneradas na adaptação de sistemas SISO-DFE de (SZCZECINSKI & GEI, 2002) foi estendido para sistemas MIMO-DFE. Para isso, foi necessário penalizar as correlações cruzadas das seqüências de saída do equalizador (PAPADIAS & PAULRAJ, 1997). Dessa forma, evita-se a detecção de seqüências iguais nas saídas dos equalizadores.

Utilizando a mesma metodologia para extensão do DFE-CMA-FB, foi considerada a extensão dos algoritmos SDD, MSDD e suas versões concorrentes com o DFE-CMA-FB. Espera-se que esses algoritmos concorrentes evitem soluções degeneradas e também permitam uma melhor adaptação dos coeficientes dos filtros direto e de realimentação, com conseqüente redução do MSE quando comparados ao MU-DFE-CMA-FB.

Capítulo 4

Resultados de Simulação

Neste capítulo, são mostrados os resultados de simulação dos algoritmos abordados nos Capítulos 2 e 3. Nas seções 4.1 e 4.2 são estabelecidos os parâmetros de comparação e apresentados os canais utilizados. Nas seções seguintes, os algoritmos são comparados em termos de taxa de erro de bit (BER - *Bit Error Rate*), taxa de erro de símbolos (SER - *Symbol error rate*) e erro quadrático médio (MSE - *Mean Square Error*).

4.1 Parâmetros de comparação

As seguintes medidas de desempenho são consideradas:

- **Taxa de erro de símbolos (SER - *Symbol Error Rate*)**

Esse é o parâmetro mais usual para medida de qualidade em sistemas de comunicação digital (PROAKIS, 1996). Para efeito de simulação, envia-se uma sequência de símbolos conhecida e conta-se o número de símbolos recebidos incorretamente no receptor. A qualidade da conexão pode ser expressa como uma taxa de símbolos recebidos incorretamente em um número total de símbolos transmitidos, num determinado intervalo de tempo, ou seja,

$$SER = \frac{[\text{símbolos errados}]}{[\text{Total de símbolos transmitidos}]}. \quad (4.1)$$

Para sistemas com modulação 2-PAM, como o utilizado nas simulações, a SER se reduz à taxa de erro de bit, ou BER - *Bit Error Rate*, sendo a equação que avalia essa taxa

dada por

$$BER = \frac{[\text{bits errados}]}{[\text{Total de bits transmitidos}]}. \quad (4.2)$$

É importante salientar, que nas medições de BER e SER são considerados pelo menos 30 erros para cada nível de relação sinal-ruído considerado.

- **Erro quadrático médio (MSE - *Mean Square Error*)**

Ao se comparar dois algoritmos, com relação à velocidade de convergência, pode-se utilizar o erro quadrático médio de decisão. Nesse caso, são comparados o sinal de entrada e de saída do decisor, ou seja,

$$\text{MSE}_{DEC}(n) = E[|y(n) - \hat{a}(n - \Delta)|^2], \quad (4.3)$$

sendo essa medida obtida através de média de conjunto.

Caso a avaliação do erro quadrático instantâneo seja necessária, deve-se lançar mão de

$$\text{SE}_{DEC}(n) = |y(n) - \hat{a}(n - \Delta)|^2. \quad (4.4)$$

4.2 Canais utilizados nas simulações

De maneira geral, a escolha de um canal de teste, não deve ser a principal preocupação do projetista, já que se deseja que o equalizador funcione corretamente, independentemente do canal considerado. Entretanto, um canal que apresente nulos espectrais pode representar as piores condições para a equalização. Se o equalizador apresentar um bom desempenho para esse tipo de canal, conseguirá equalizar canais de menor ou igual complexidade. Diante disso, os seguintes canais foram considerados nas simulações:

- **Canal invariante**

Para a avaliação dos sistemas multiusuário, foi considerado um canal invariante, denominado “Canal 1”, para o qual cada um dos sub-canais pode ser modelado por $H_{i\ell}(z) = h_0^{i\ell} + h_1^{i\ell}z^{-1} + h_2^{i\ell}z^{-2}$, $i = 1, 2$, $\ell = 1, 2, 3$, mostrado na Tabela 4.1. A Figura 4.1 mostra o comportamento de cada um dos seis sub-canais considerados, para o sistema multiusuário proposto. Para cada sub-canal, mostra-se o módulo da resposta em

freqüência. Essa característica dá uma noção acerca da dificuldade de equalização a ser enfrentada pelo equalizador, como é o caso dos nulos espectrais.

$i\ell$	h_0	h_1	h_2
11	+0.43	+0.46	-0.30
21	+1.00	-1.85	+0.49
12	-0.37	-0.87	+0.15
22	+1.00	-1.60	+0.25
13	+0.61	+0.12	-0.24
23	+0.43	-0.52	+0.31

Tabela 4.1: Coeficientes do Canal 1.

- **Canal variante**

Ainda com o objetivo de comparar o desempenho dos algoritmos utilizados na adaptação de sistemas MIMO-DFE da Seção 4.3 em função de possíveis variações de um canal, se considerou um canal variante, denominado “Canal 2”, constituído por seis sub-canais. Os coeficientes da resposta impulsiva desses sub-canais variantes no tempo são mostrados na Figura 4.2. Tais coeficientes foram gerados a partir da filtragem de ruído gaussiano branco por um filtro de Butterworth de segunda ordem, projetado para simular uma taxa de desvanecimento de 0.1 Hz (SHIMAMURA & COWAN, 1997; COWAN & SEMNANI, 1998; CHOI *et al.*, 2005). Cada um desses sub-canais pode ser modelado por $H_{i\ell}(z, n) = h_0^{i\ell}(n) + h_1^{i\ell}(n)z^{-1} + h_2^{i\ell}(n)z^{-2}$, $i = 1, 2$, $\ell = 1, 2, 3$.

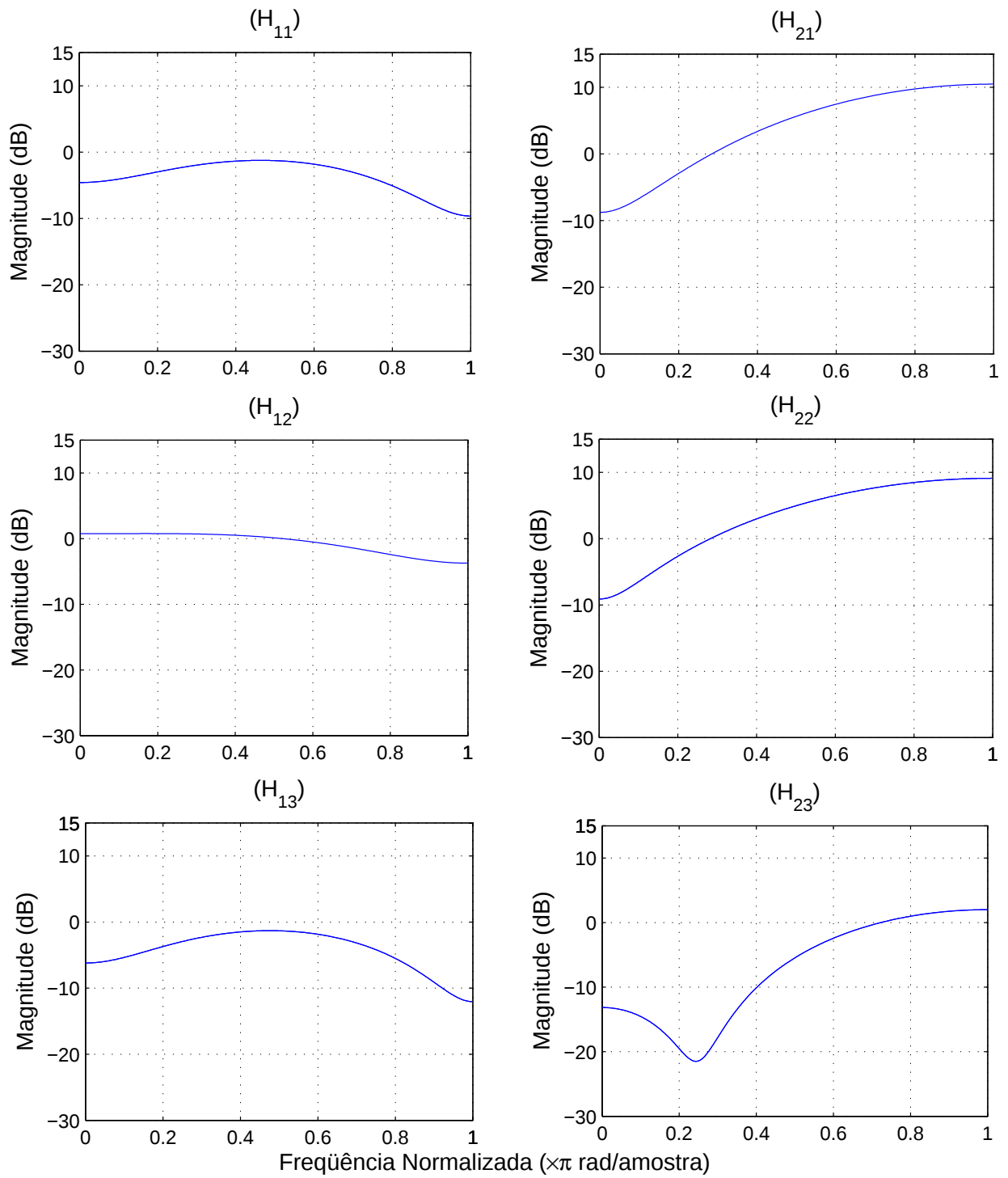


Figura 4.1: Módulo, em função da frequência, para cada sub-canal do Canal 1, invariante.

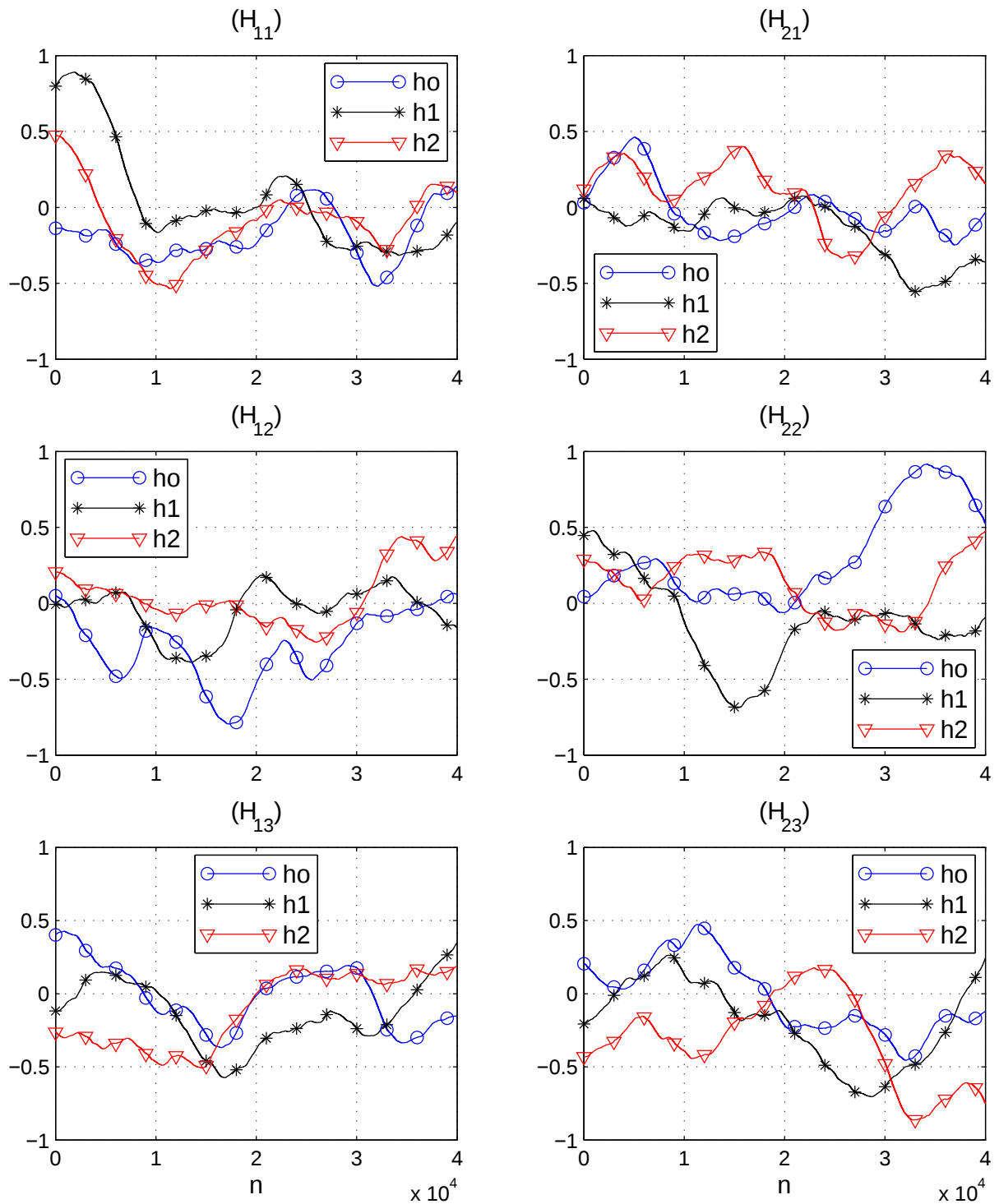


Figura 4.2: Variação dos coeficientes da resposta impulsiva, para cada sub-canal, no caso do Canal 2, variante.

- **Canal complexo**

Considera-se também um canal complexo e invariante, denominado Canal 3, cujos coeficientes da resposta impulsiva são mostrados na Tabela 4.2 (CHEN *et al.*, 1995). A figura 4.3 mostra o módulo da resposta em frequência desse canal, que é utilizado na avaliação dos sistemas SISO considerados neste capítulo. Similarmente, para a avaliação dos sistemas multiusuário foi considerado um canal, denominado Canal 4, baseado nesse canal invariante. Cada um dos sub-canais desse canal multiusuário pode ser modelado por $H_{i\ell}(z) = h_0^{i\ell} + h_1^{i\ell}z^{-1} + h_2^{i\ell}z^{-2} + h_3^{i\ell}z^{-3}$, $i = 1, 2$, $\ell = 1, 2, 3$, em que h_0, h_1, h_2 e h_3 são mostrados na Tabela 4.3. A Figura 4.4 mostra o comportamento do módulo da resposta em frequência de cada um dos seis sub-canais considerados, para o sistema multiusuário.

Coef. Nº	Parte Real	Parte Imag.	Coef. Nº	Parte Real	Parte Imag.
0	0,0145	-0,0006	11	0,0294	-0,0049
1	0,0750	0,0176	12	-0,0181	0,0032
2	0,3951	0,0033	13	0,0091	0,0003
3	0,7491	-0,1718	14	-0,0038	-0,0023
4	0,1951	0,0972	15	0,0019	0,0027
5	-0,2856	0,1896	16	-0,0018	-0,0014
6	0,0575	-0,2096	17	0,0006	0,0003
7	0,0655	0,1139	18	0,0005	0,0000
8	-0,0825	-0,0424	19	-0,0008	-0,0001
9	0,0623	0,0085	20	0,0000	-0,0002
10	-0,0438	0,0034	21	0,0001	0,0006

Tabela 4.2: Coeficientes do Canal 3.

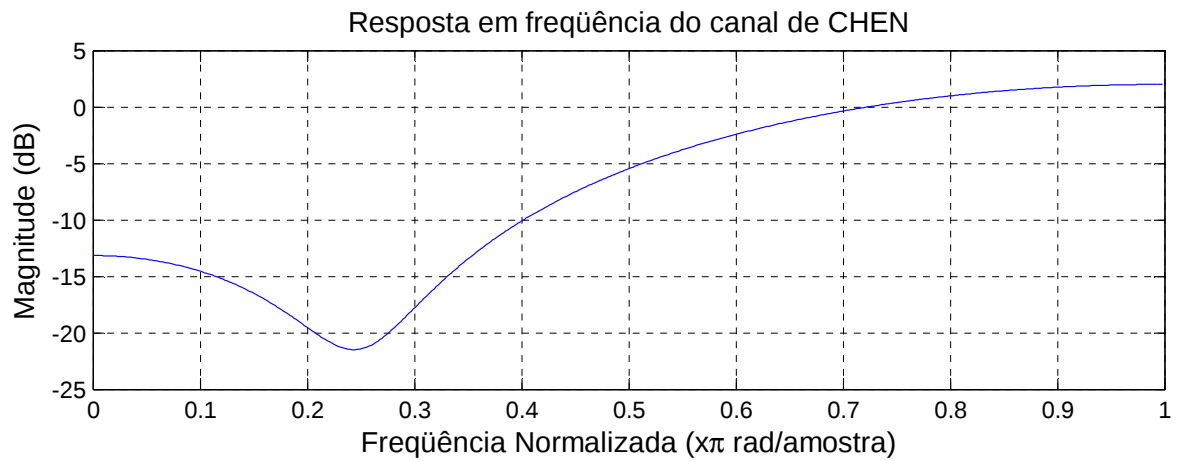


Figura 4.3: Módulo em função da frequência para o Canal 3, invariante de (CHEN *et al.*, 1995).

$i\ell$	h_0	h_1	h_2	h_3
11	$0.0145 - 0.0006i$	$0.0750 + 0.0176i$	$0.3951 + 0.0033i$	$0.7491 - 0.1718i$
21	$0.1951 + 0.0972i$	$-0.2856 + 0.1896i$	$0.0575 - 0.2096i$	$0.0655 + 0.1139i$
12	$-0.0825 - 0.0424i$	$0.0623 + 0.0085i$	$-0.0438 + 0.0034i$	$0.0294 - 0.0049i$
22	$-0.0181 + 0.0032i$	$0.0091 + 0.0003i$	$-0.0038 - 0.0023i$	$0.0019 + 0.0027i$
13	$-0.0018 - 0.0014i$	$0.0006 + 0.0003i$	$0.0005 + 0.0000i$	$-0.0008 - 0.0001i$
23	$0.0000 - 0.0002i$	$0.0001 + 0.0006i$	$0.0145 - 0.0006i$	$0.0750 + 0.0176i$

Tabela 4.3: Coeficientes dos sub-canais do Canal 4, complexo e invariante.

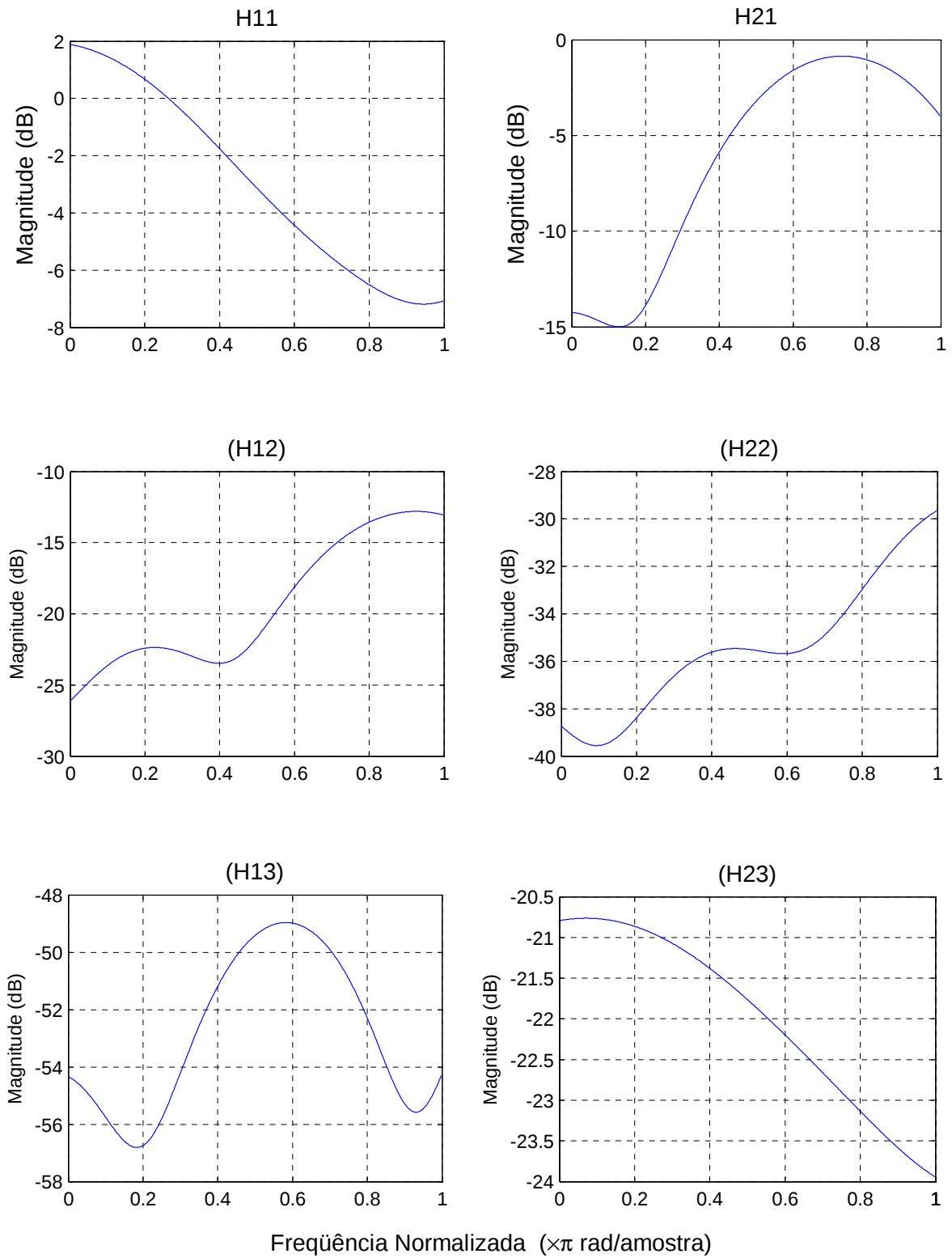


Figura 4.4: Módulo, em função da frequência, para cada sub-canal do Canal 4, complexo e invariante.

A Tabela 4.4 resume as características de cada canal considerado nas simulações.

Canal	Tipo	Referências
1	invariante real, multiusuário	Tabela 4.1, Figura 4.1
2	variante real, multiusuário	Figura 4.2
3	invariante complexo, monousuário	Tabela 4.2, Figura 4.3
4	invariante complexo, multiusuário	Tabela 4.3, Figura 4.4

Tabela 4.4: Resumo das características dos canais considerados

4.3 Avaliação do MU-DFE-CMA-FB

O objetivo das simulações é verificar se o algoritmo MU-DFE-CMA-FB adapta corretamente os equalizadores de decisão realimentada do caso MIMO. Tais simulações são desenvolvidas e executadas em computador, com auxílio do software Matlab, versão 6.5.

Foi considerado um sistema MIMO com $N = 2$ e $L = 3$, ou seja, duas fontes e três sensores. Além disso, foram utilizados sinais do tipo 2-PAM - *Pulse Amplitude Modulation*, de forma que as fontes de dados foram transmitidas através dessa modulação com duas amplitudes possíveis: $+1$ e -1 .

Para as simulações, foi considerado $\lambda_0 = 2$, $\alpha_r = 0,999$, e $\alpha_f = 0,95$. Além disso, de forma a manter o mesmo número de coeficientes dos sistemas MIMO-DFE e MIMO-LTE, tendo por objetivo a igualdade da complexidade para as duas possíveis implementações, foram considerados $M_f = 15$, $M_b = 6$ e $M_t = M_f + M_b = 21$.

Os algoritmos autodidatas devem ser inicializados a partir do método de inicialização *one-tap* (DING & LI, 2001), para o qual apenas um elemento dos vetores de coeficientes é diferente de zero. Para o DFE-CMA-FB, apenas um elemento do vetor direto de coeficientes é diferente de zero. Com base nessa premissa, a seguinte notação foi introduzida para os

coeficientes dos filtros diretos $(k_1; k_2; \dots; k_N)_{M_f}$, o que significa que o sistema MIMO-DFE possui N equalizadores com M_f coeficientes, e o i -ésimo filtro direto é inicializado com um elemento não nulo na posição k_i . Caso não mencionado, os filtros de realimentação são sempre inicializados com vetores nulos.

Inicialmente, com o objetivo de testar a habilidade do algoritmo proposto (MU-DFE-CMA-FB na adaptação do MIMO-DFE) em evitar soluções degeneradas, o mesmo foi comparado ao MU-CMA, também na adaptação do MIMO-DFE. Para ambos os casos foi considerada uma relação-sinal-ruído (SNR) de 30 dB e a utilização do canal invariante (Canal 1). Com o objetivo de causar o aparecimento de possíveis soluções degeneradas, os filtros de realimentação foram inicializados com $[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$. Ainda que na prática esses vetores sejam inicializados com vetores nulos, os algoritmos autodidatas podem convergir para situações como a imposta aos coeficientes do filtro de realimentação, nas quais também se observa que os coeficientes do filtro direto são todos nulos e, portanto, a saída acaba não mais se correlacionando à respectiva entrada. A Figura 4.5 mostra os erros na saída do equalizador, após o bloco decisor e o erro quadrático baseado nesse decisor para o DFE-1 ($i = 1$).

Para facilitar a visualização, as curvas foram filtradas por um filtro de média móvel com 512 coeficientes. O comportamento observado para o DFE-1 também ocorre para o DFE-2. Foi observado que o MU-CMA converge para alguma solução degenerada e as seqüências transmitidas não são recuperadas. Essa situação foi verificada independentemente do atraso imposto pelo equalizador, na tentativa de equalização, a cada vez que o algoritmo foi avaliado. A Figura 4.5-b) mostra uma altíssima incidência de erros, já que as seqüências de entrada e de saída não estão correlacionadas quando da ocorrência de uma solução degenerada. Em contrapartida, o algoritmo MU-DFE-CMA-FB evita as soluções degeneradas, recuperando as seqüências transmitidas, após um período de convergência mostrado pela Figura 4.5-a). A Figura 4.5-c) mostra que o nível do erro quadrático de decisão permanece alto para o algoritmo que apresenta soluções degeneradas, enquanto que o nível do erro quadrático médio diminui para valores em torno de -27 dB para o sistema adaptado com o algoritmo proposto.

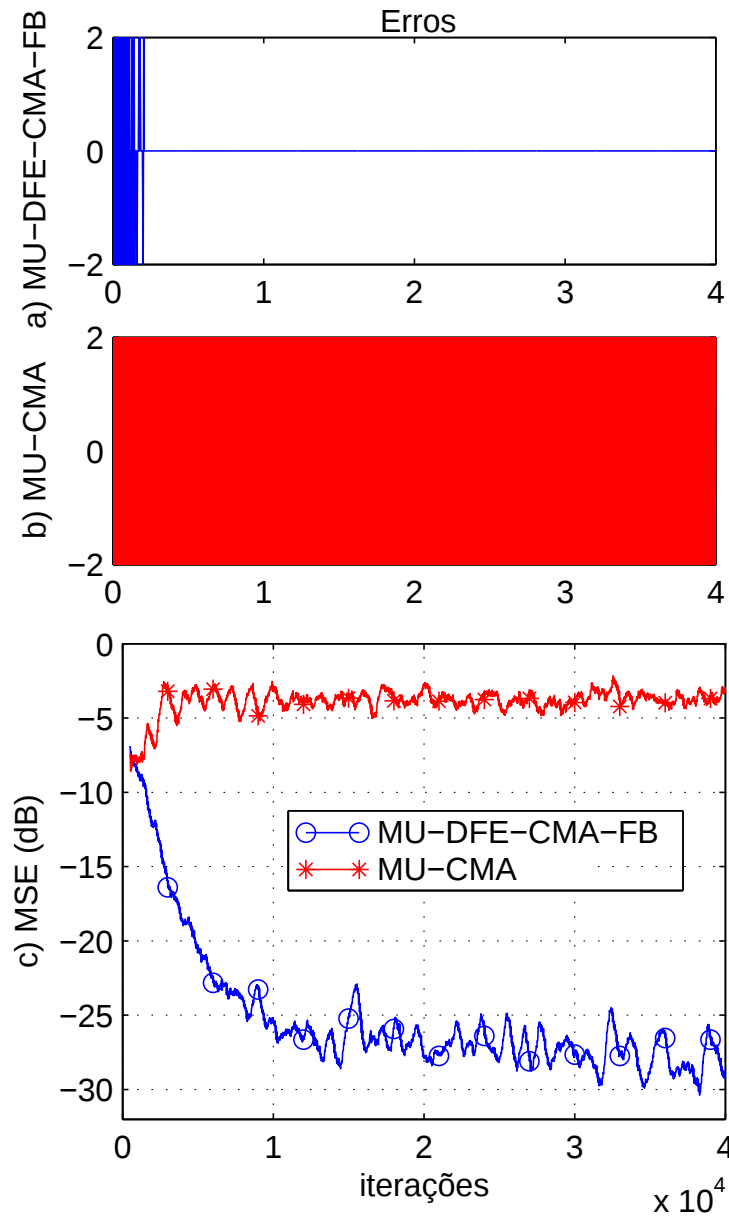


Figura 4.5: DFE-1 Erros na saída considerando a) MU-DFE-CMA-FB e b) MU-CMA; c) Erro quadrático; $\mu = 0.001$; $\xi = 4$; $(12; 2)_{15}$; Canal-1; SNR = 30 dB.

A Figura 4.6 mostra o erro quadrático médio, baseado na decisão tomada pelo bloco decisor e dado pela Equação (4.3) para o sistema MIMO-DFE, adaptado com os algoritmos MU-DFE-CMA-FB (algoritmo proposto) e MU-LMS (*Multiuser Least-Mean-Square*). Esse último foi considerado como uma referência de desempenho para o algoritmo proposto. O sistema MIMO-LTE adaptado com o MU-CMA também foi considerado. Os algoritmos foram experimentalmente ajustados para alcançar o mesmo nível de MSE após a convergência. Foi considerado o Canal-1, com SNR = 20 dB e uma média de conjunto de 50 realizações,

com 40.000 cada. Para o equalizador-1, os algoritmos mostram desempenhos semelhantes. Já para o equalizador-2, o MU-LMS apresenta a mais rápida taxa de convergência, seguido pelo MU-DFE-CMA-FB. Nesse caso, o MU-CMA possui a taxa de convergência mais lenta.

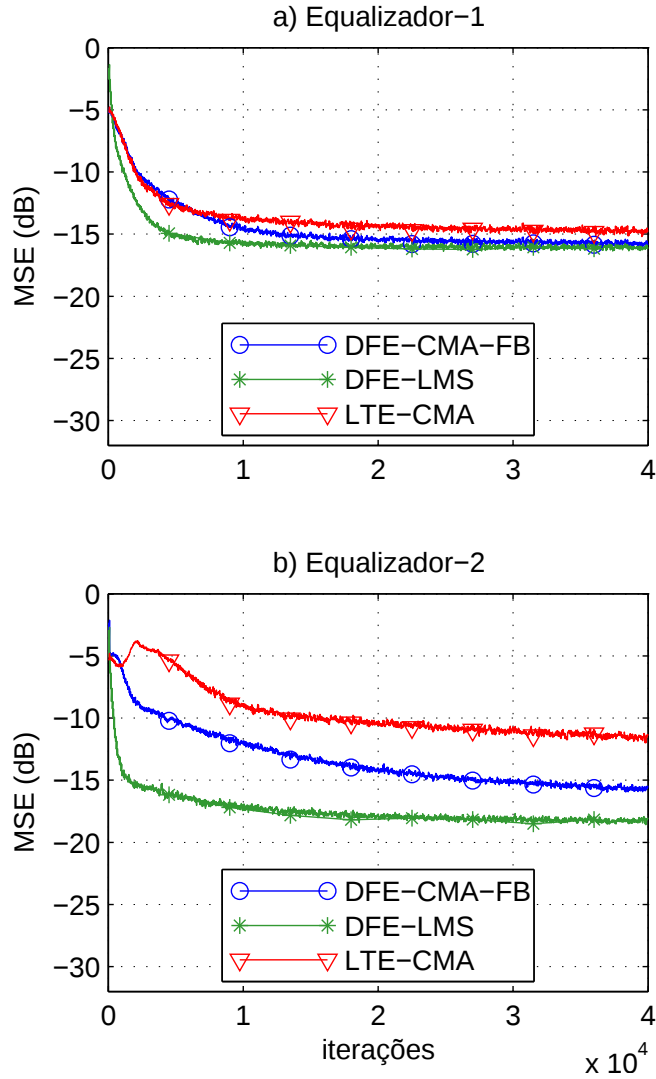


Figura 4.6: MSE com base em decisão; média de conjunto de 50 realizações; MIMO-DFE adaptado com MU-DFE-CMA-FB ($\mu = 0.0005$, $(12; 2)_{15}$) e com MU-LMS ($\mu = 0.002$); MIMO-LTE adaptado com MU-CMA ($\mu = 0.0005$, $(5; 7)_{21}$), $\xi = 1.5$; Canal-1; SNR = 20 dB.

A Figura 4.7 mostra curvas das taxas de erro de bit medidas para os equalizadores, ainda considerando o Canal-1. Para o equalizador-1, o sistema MIMO-DFE, adaptado com o MU-DFE-CMA-FB ou com o MU-LMS, apresenta desempenho similar ao do sistema MIMO-LTE, adaptado com o MU-CMA. Para o equalizador-2, o desempenho do MIMO-DFE, adaptado com o MU-DFE-CMA-FB ou com o MU-LMS continuam similares, mas são melhores do que aquele do sistema MIMO-LTE, adaptado com o MU-CMA. Portanto, num ambiente mais hostil, o sistema MIMO-DFE pode apresentar melhor desempenho do que o sistema MIMO-LTE. Nesse caso, o algoritmo MU-DFE-CMA-FB pode ser vantajoso já que é auto-didata, evita as soluções degeneradas e pode apresentar uma comportamento próximo ao do algoritmo supervisionado MU-LMS.

A Figura 4.8 mostra os erros na saída do Equalizador-2 para o MU-DFE-CMA-FB e para o MU-LMS na adaptação do sistema MIMO-DFE e também para o MU-CMA na adaptação do sistema MIMO-LTE, considerando um canal variante no tempo (Canal-2). As rajadas de erros podem ser associadas com mudanças bruscas dos zeros e nulos espectrais dos canais. Nesse caso, o sistema MIMO-DFE apresenta melhor capacidade de *tracking* do que o sistema MIMO-LTE. O algoritmo proposto possui um comportamento próximo ao do algoritmo supervisionado MU-LMS. As curvas correspondentes ao erro quadrático de decisão são apresentadas na Figura 4.8-d. Novamente, com o propósito de facilitar a visualização, elas foram filtradas por um filtro de média móvel com 512 coeficientes. As rajadas de erro ocorrem quando o erro quadrático está acima de -10 dB. Para o Equalizador-1, o MU-DFE-CMA-FB apresenta um comportamento intermediário, estando próximo ao do MU-CMA na adaptação do sistema MIMO-LTE.

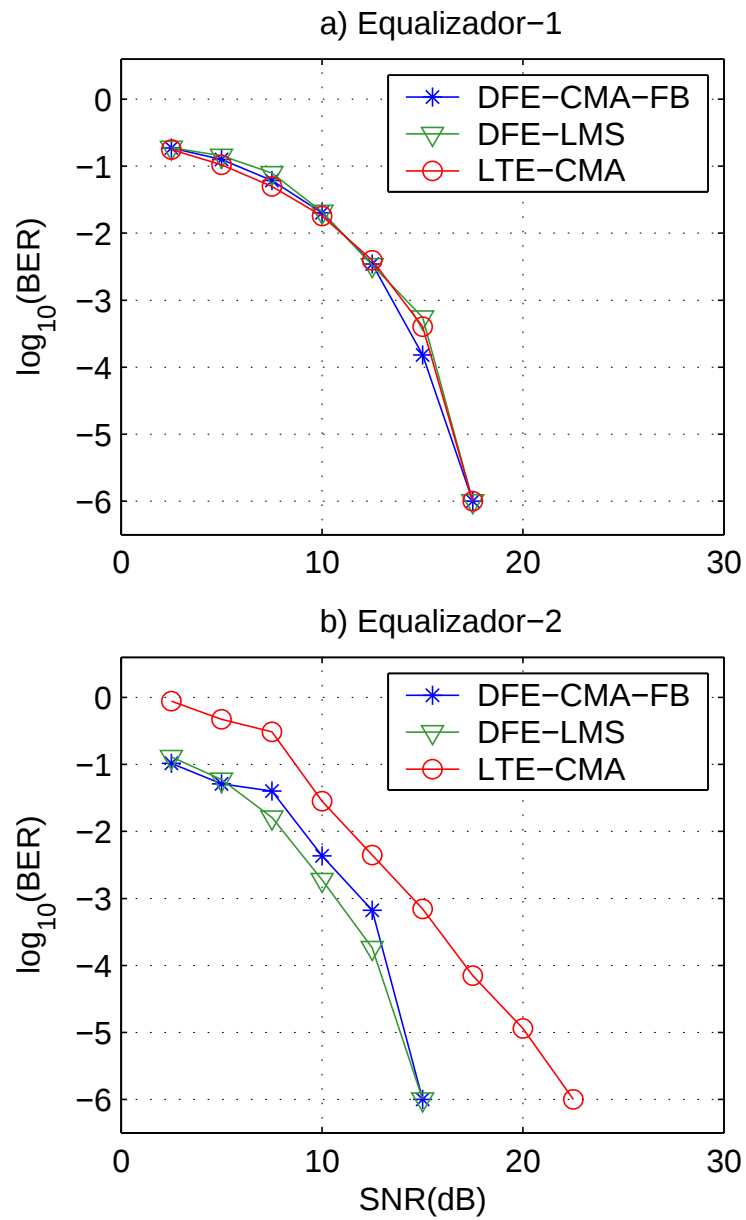


Figura 4.7: Logaritmo de BER para o Canal-1; MU-DFE-CMA-FB $((12; 2)_{15})$; MU-CMA $((17; 19)_{21})$; símbolos transmitidos: 10^7 .

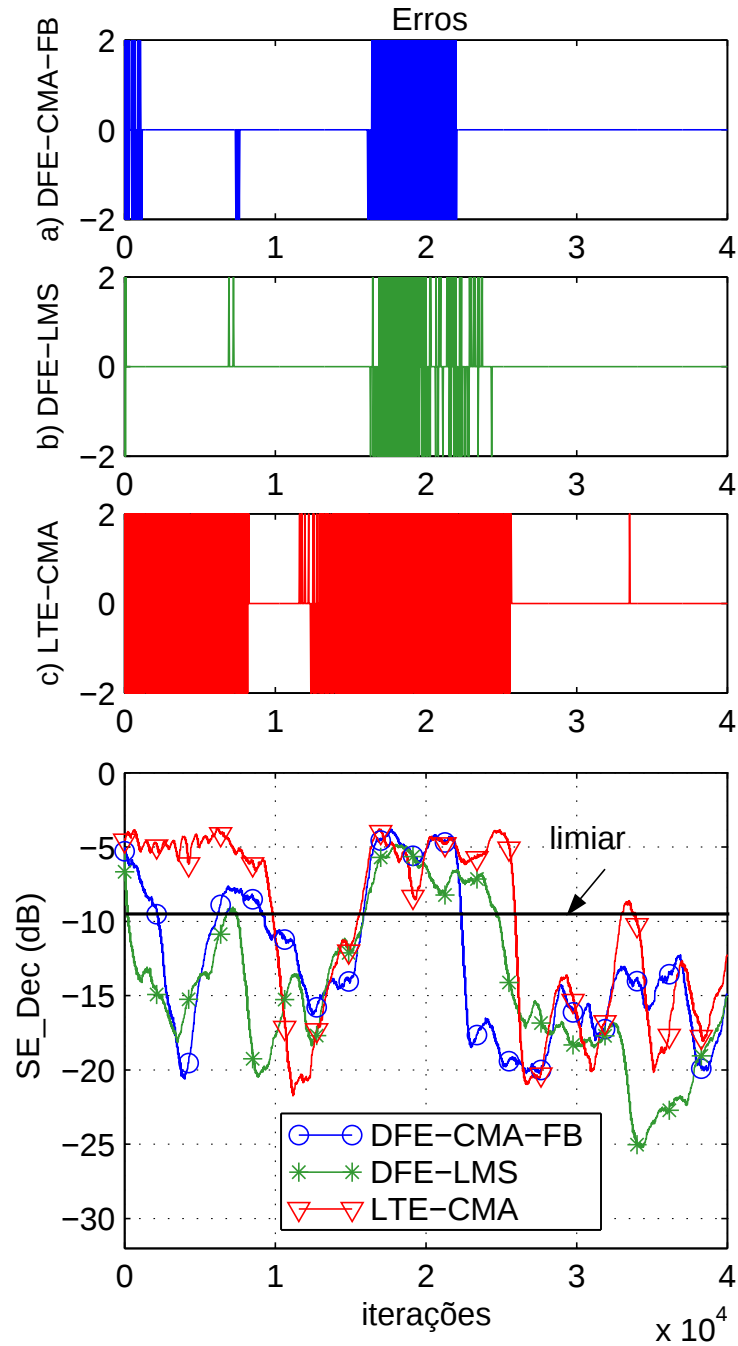


Figura 4.8: Erros na saída do Equalizador-2 de a) MIMO-DFE adaptado com MU-DFE-CMA-FB ($\mu = 0.0075$, $(10; 3)_{15}$), b) MIMO-DFE adaptado com MU-LMS ($\mu = 0.01$), c) MIMO-LTE adaptado com MU-CMA ($\mu = 0.01$, $(5; 7)_{21}$), d) erro quadrático; $\xi = 4$; Canal-2; SNR = 30 dB.

4.4 Avaliação do MU-NDEG-SDD-CMA

O objetivo destas simulações é avaliar o desempenho do algoritmo concorrente MU-NDEG-SDD-CMA na adaptação do MIMO-DFE. Os algoritmos MU-DFE-CMA-FB e MU-SDD são considerados para comparação. Assumem-se $N = 2$ usuários, $L = 3$ antenas ou sensores e a transmissão de sinais do tipo 16-QAM pelo Canal 4. Os parâmetros utilizados nas simulações estão listados na Tabela 4.5. Cabe ressaltar que para 16-QAM, o MSDD e SDD03 são equivalentes pois a distância da origem ao centro de cada região é igual. Neste caso, o SDD03 com passo de adaptação μ_d se reduz ao MSDD com passo de adaptação $c\mu_d$, sendo $c = 2.8284$.

Parâmetro	Valor	Característica
N	3	número de fontes
L	2	número de antenas ou sensores
M	16	número de símbolos da constelação M -QAM
M_b	4	número de coeficientes de $\mathbf{w}_{b1}$ e $\mathbf{w}_{b2}$
$\mathbf{w}_{f1}(0)$ $\mathbf{w}_{f2}(0)$	$(4; 17)_{21}$	inicialização dos coeficientes dos filtros diretos
K_t	7	diversidade temporal
ξ	1.5	fator de ponderação da penalização das correlações cruzadas
α_r	0.999	fator de esquecimento para estimar correlações cruzadas
λ_o	2	multiplicador de Lagrange
α	0.95	fator de esquecimento para estimar $E[y_{fi}(n) ^2]$ e $E[y_{fi}(n)\mathbf{u}^*(n)]$
μ	0.001	passo de adaptação do CMA
μ_d	0.0005	passo de adaptação do SDD
μ_p	0.02	passo de adaptação do PTA
$\tilde{\rho}$	0.6	estimativa da variância do ruído no SDD

Tabela 4.5: Parâmetros das simulações da Seção 4.4.

Para comparação dos algoritmos foram considerados o erro quadrático médio (MSE) de decisão, conforme Equação (4.3) e as constelações na saída dos equalizadores. Para a avaliação do MSE, foi considerada uma média de conjunto de 25 realizações, com 100.000 pontos por realização. Também com o intuito de facilitar a visualização dos resultados, considerou-se uma filtragem com média móvel de 512 pontos.

As figuras 4.9, 4.10 e 4.11 mostram as constelações de saída para os equalizadores 1 e 2, considerando os algoritmos MU-DFE-CMA-FB, MU-SDD e MU-NDEG-SDD-CMA, para relações sinal-ruído de 20, 25 e 30 dB, respectivamente. Esses resultados foram obtidos já na região de convergência dos algoritmos. Para tanto, considerou-se as 20000 amostras finais recebidas por cada antena. Nessas figuras, verifica-se possibilidade de convergência tanto para o Equalizador-1 como para o Equalizador-2, independentemente do algoritmo considerado, já que a constelação 16-QAM pode ser recuperada. Neste caso, o MU-SDD e concorrente MU-NDEG-SDD-CMA apresentam resultados similares e melhores que o MU-DFE-CMA-FB.

Na Figura 4.12 são mostradas as curvas de MSE de decisão. Observa-se, que apesar do nível final de MSE ser similar para os algoritmos MU-SDD e MU-NDEG-SDD-CMA, este último possui em algumas situações velocidade de convergência ligeiramente superior à do primeiro. Observa-se ainda que a vantagem dos algoritmos MU-NDEG-SDD-CMA e MU-SDD face ao MU-DFE-CMA-FB aumenta à medida em que a relação sinal-ruído cresce. Nesta simulação, verifica-se que o uso do concorrente quase não se justifica, devido ao desempenho equivalente do MU-SDD em termos de erro quadrático médio.

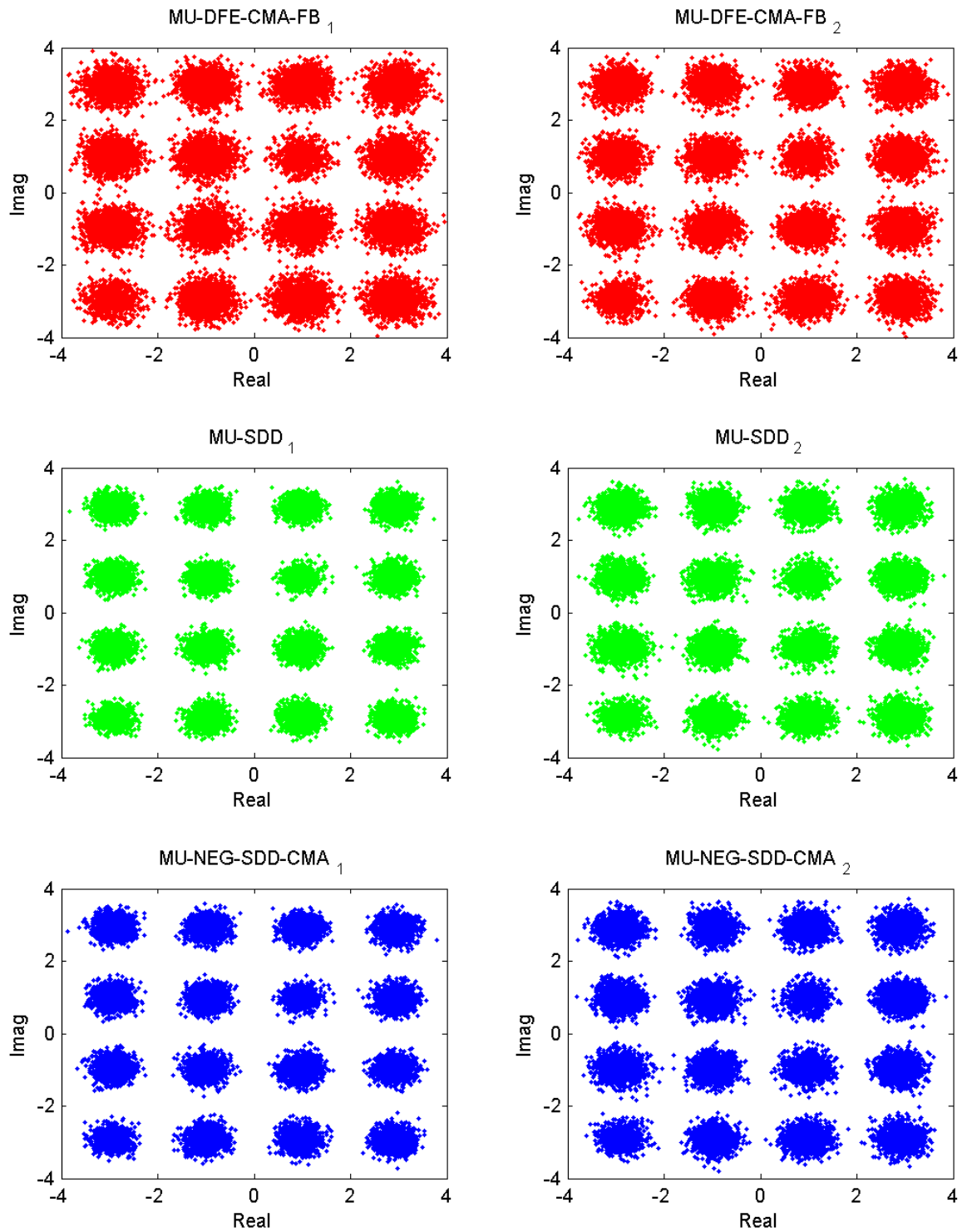


Figura 4.9: Constelações das saídas dos equalizadores 1 e 2 para os algoritmos MU-DFE-CMA-FB, MU-SDD e MU-NDEG-SDD-CMA, para $SNR = 20$ dB, quando da utilização do Canal 4 e demais condições da Tabela 4.5.

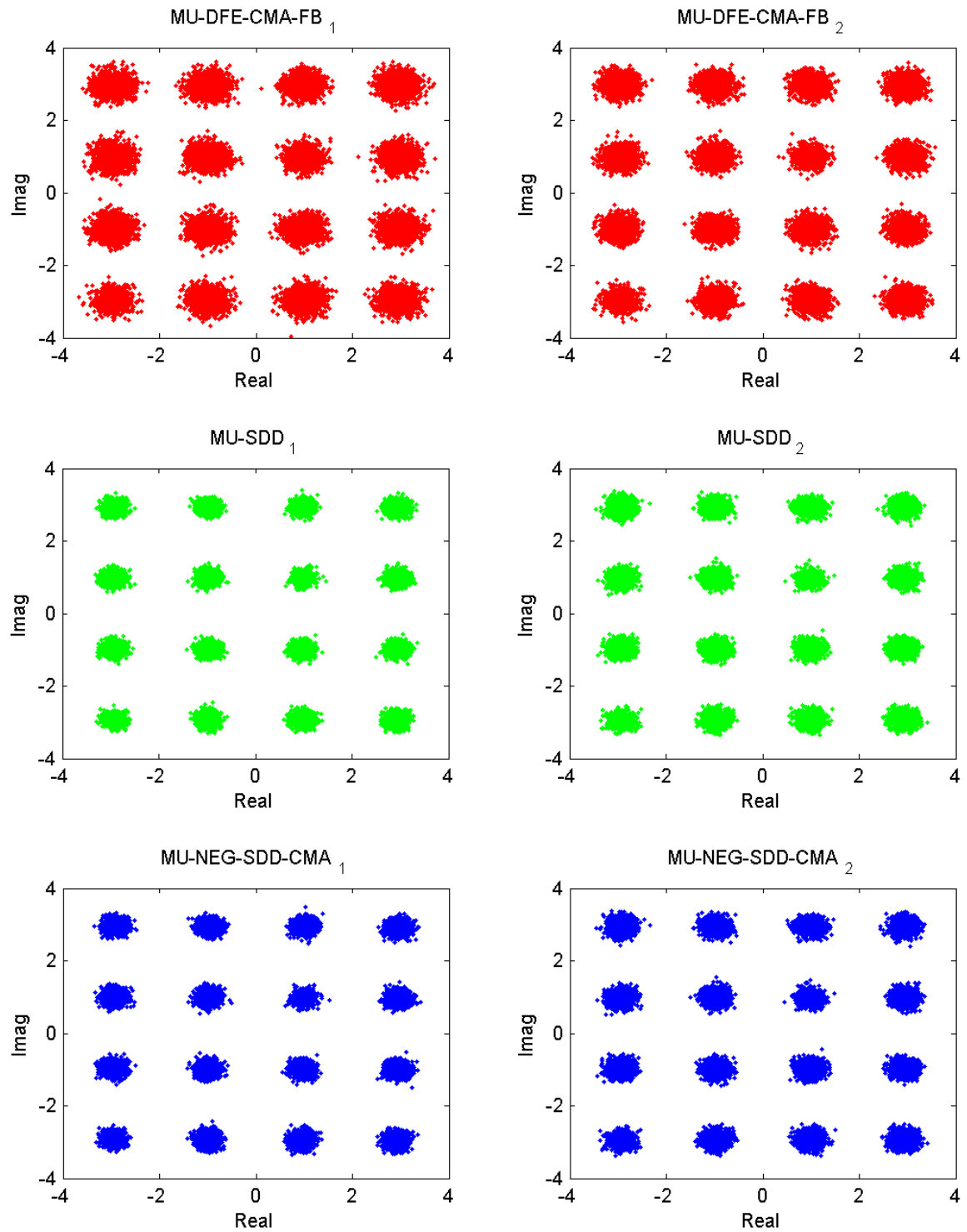


Figura 4.10: Constelações das saídas dos equalizadores 1 e 2 para os algoritmos MU-DFE-CMA-FB, MU-SDD e MU-NDEG-SDD-CMA, para $SNR = 25$ dB, quando da utilização do Canal 4 e demais condições da Tabela 4.5.

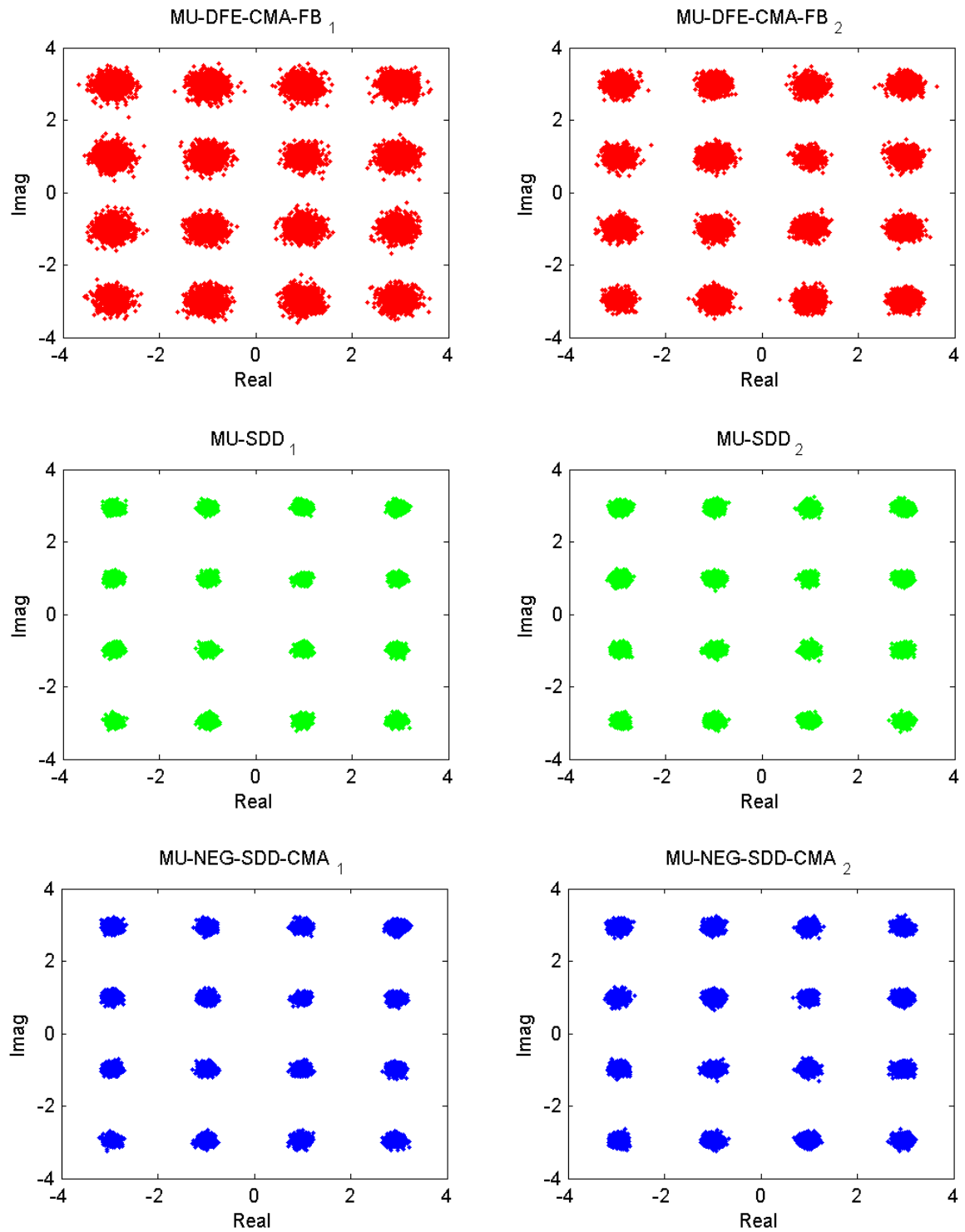


Figura 4.11: Constelações das saídas dos equalizadores 1 e 2 para os algoritmos MU-DFE-CMA-FB, MU-SDD e MU-NDEG-SDD-CMA, para $SNR = 30$ dB, quando da utilização do Canal 4 e demais condições da Tabela 4.5.

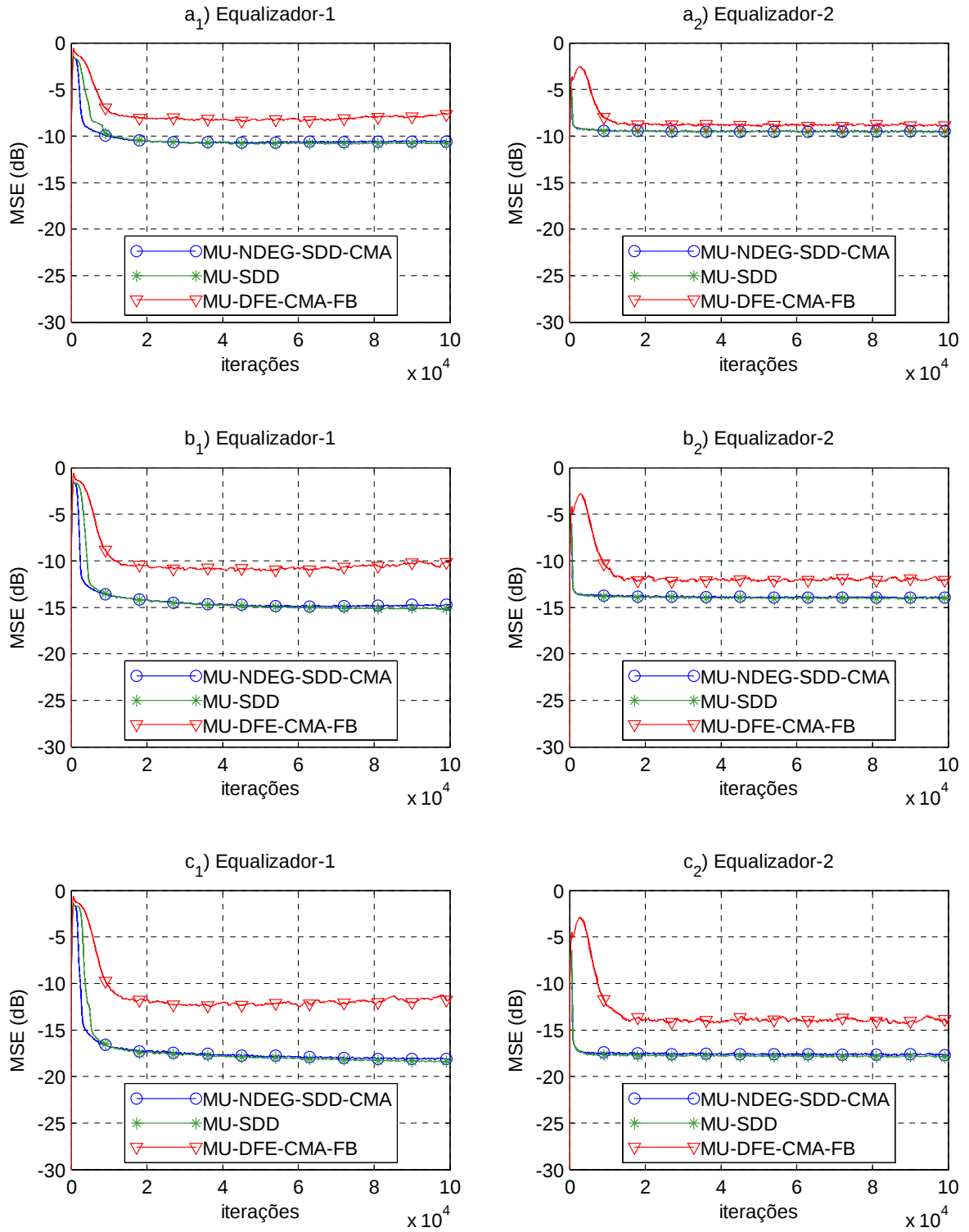


Figura 4.12: Erro quadrático médio de decisão para os equalizadores 1 e 2, após 50 realizações, para $SNR = 20 \text{ dB}$ (curvas a_1 e a_2), $SNR = 25 \text{ dB}$ (curvas b_1 e b_2) e $SNR = 30 \text{ dB}$ (curvas c_1 e c_2), quando da utilização do Canal 4 e demais condições da Tabela 4.5.

4.5 Avaliação do MU-MSDD e sua versão concorrente

Nesta seção avalia-se o desempenho dos algoritmos MU-MSDD e MU-NDEG-MSDD-CMA na adaptação de sistemas MIMO-DFE. Adicionalmente, são avaliadas suas versões do caso monousuário na adaptação de sistemas SISO-DFE. Para isso, considera-se a transmissão de sinais do tipo 64-QAM através dos canais 4 e 3, respectivamente.

4.5.1 Caso multiusuário

Além do MIMO-DFE, considera-se para efeito de comparação o MIMO-LTE adaptado com o MU-CMA, que corresponde ao sistema mais estudado na literatura. Cabe observar que para manter uma complexidade computacional equivalente, o número de coeficientes dos filtros do MIMO-LTE correspondem ao total de coeficientes do MIMO-DFE. Novamente, são assumidos $N = 2$ usuários e $L = 3$ antenas. Os parâmetros dos algoritmos e sistemas considerados são mostrados na 4.6.

Na comparação, são consideradas curvas de MSE de decisão para os equalizadores 1 e 2, executando-se uma média de 25 realizações com 750.000 pontos cada. Além disso, para facilitar a visualização, utilizou-se um filtro de média móvel com 64 coeficientes. Obtiveram-se os resultados para três diferentes relações sinal-ruído: 20, 25 e 30 dB, mostrados respectivamente nas figuras 4.13, 4.14 e 4.15. Como esperado, o desempenho dos equalizadores melhora com a diminuição do ruído. Observa-se que o MU-SDD não apresenta desempenho satisfatório independentemente da relação sinal-ruído, o que pode ser justificado pelos diferentes valores das distâncias da origem aos centros das regiões A_i da constelação 64-QAM. No entanto, esse algoritmo tem um papel importante no concorrente MU-NDEG-SDD-CMA, que apresenta um desempenho um pouco melhor que o MU-DFE-CMA-FB e o MU-CMA. Em contrapartida, os desempenhos do MU-MSDD e de sua versão concorrente são superiores aos dos outros algoritmos em relação à velocidade de convergência, sendo o concorrente ligeiramente melhor. No entanto, essa vantagem nem sempre se confirma em relação ao MSE, sendo necessário ajustar adequadamente os parâmetros de adaptação.

Nas figuras 4.16 e 4.17 são mostradas as constelações de saída dos equalizadores 1 e 2 para cada algoritmo no caso da relação sinal-ruído de 30dB. É interessante observar que a constelação obtida com o MU-SDD fica reduzida, fato que não ocorre para os demais

algoritmos. Cabe observar ainda que, pelo fato do canal ser relativamente simples de equalizar, o MU-CMA na adaptação do MIMO-LTE apresenta um desempenho relativamente satisfatório.

Parâmetro	Valor	Característica
N	3	número de fontes
L	2	número de antenas ou sensores
M	64	número de símbolos da constelação M -QAM
M_b	3	número de coeficientes de $\mathbf{w}_{b1}$ e $\mathbf{w}_{b2}$
$\mathbf{w}_{f1}(0)$ $\mathbf{w}_{f2}(0)$	$(4; 17)_{21}$	inicialização dos coeficientes do MIMO-DFE
$\mathbf{w}_1(0)$ $\mathbf{w}_2(0)$	$(20; 4)_{24}$	inicialização dos coeficientes do MIMO-LTE
K_t	7	diversidade temporal do MIMO-DFE
K_t	8	diversidade temporal do MIMO-LTE
ξ	1.5	fator de ponderação da penalização das correlações cruzadas
α_r	0.999	fator de esquecimento para estimar correlações cruzadas
λ_o	2	multiplicador de Lagrange
α	0.95	fator de esquecimento para estimar $E[y_{fi} ^2]$ e $E[y_{fi}\mathbf{u}^*]$
μ	5×10^{-5}	passo de adaptação do CMA
μ_d	7.5×10^{-5}	passo de adaptação do SDD
μ_p	0.02	passo de adaptação do PTA
$\tilde{\rho}$	0.6	estimativa da variância do ruído no SDD

Tabela 4.6: Parâmetros das simulações da Seção 4.5.1.

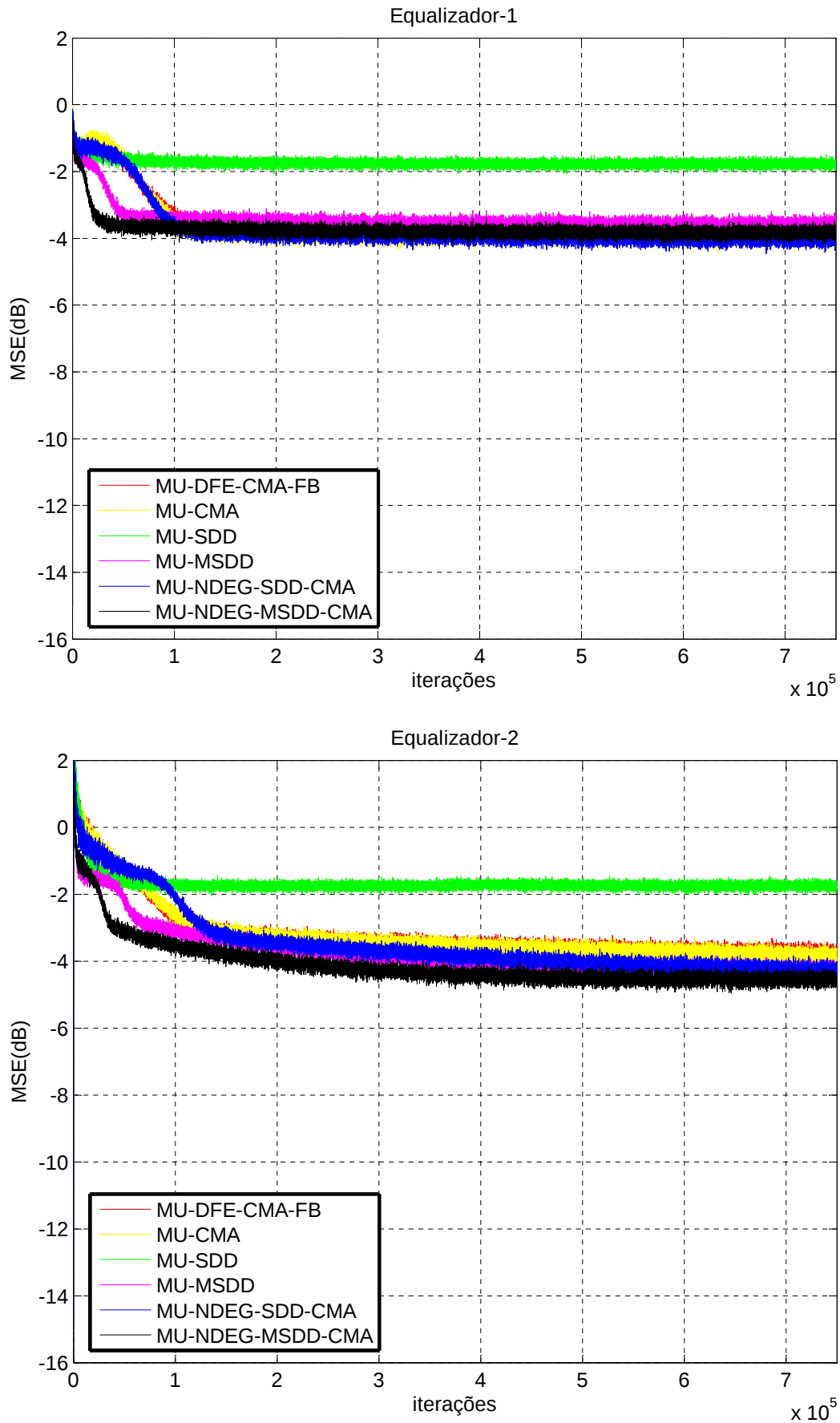


Figura 4.13: Erro quadrático médio de decisão para os equalizadores 1 e 2, após 25 realizações e $SNR = 20$ dB, quando da utilização do Canal 4.

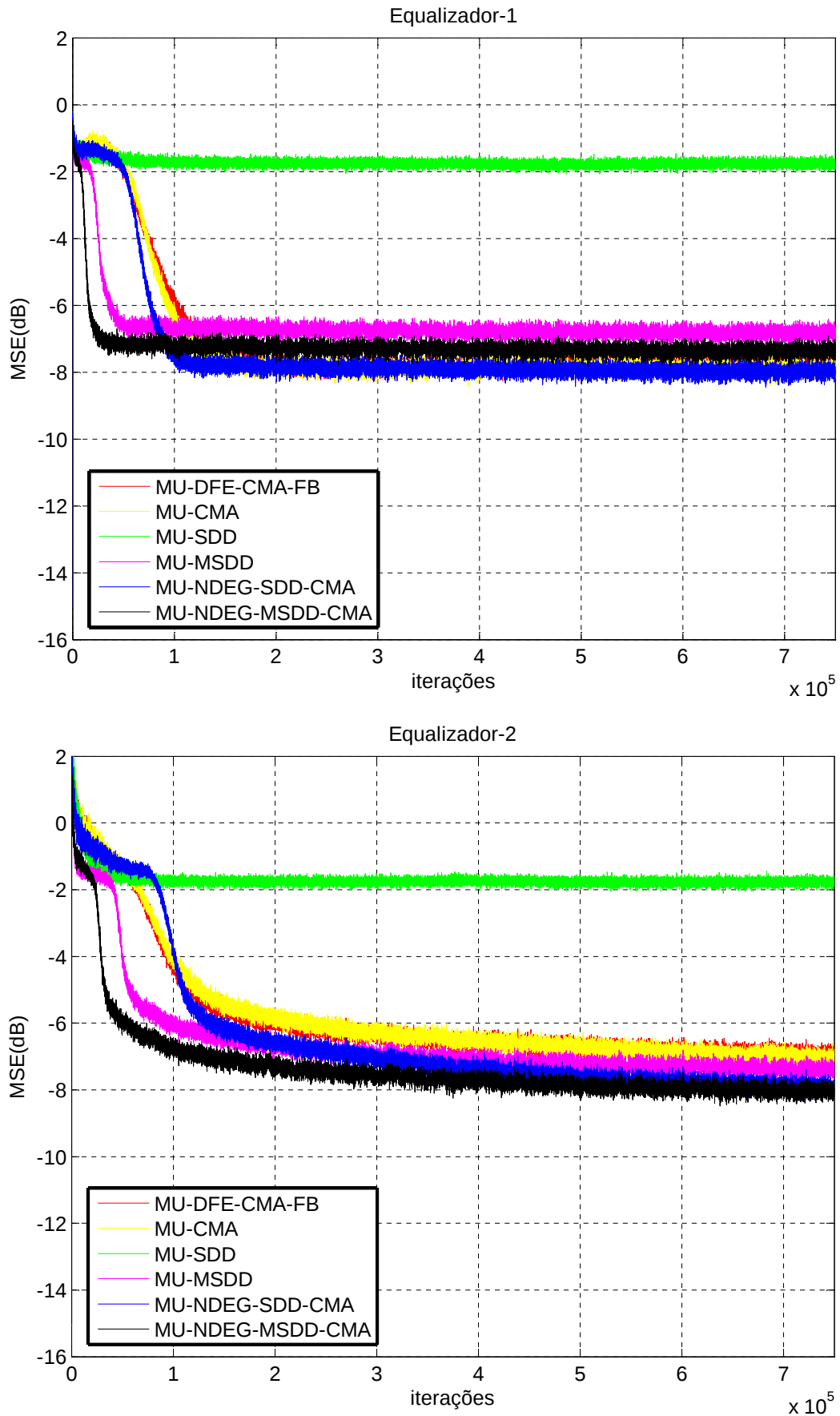


Figura 4.14: Erro quadrático médio de decisão para os equalizadores 1 e 2, após 25 realizações $SNR = 25$ dB, quando da utilização do Canal 4.

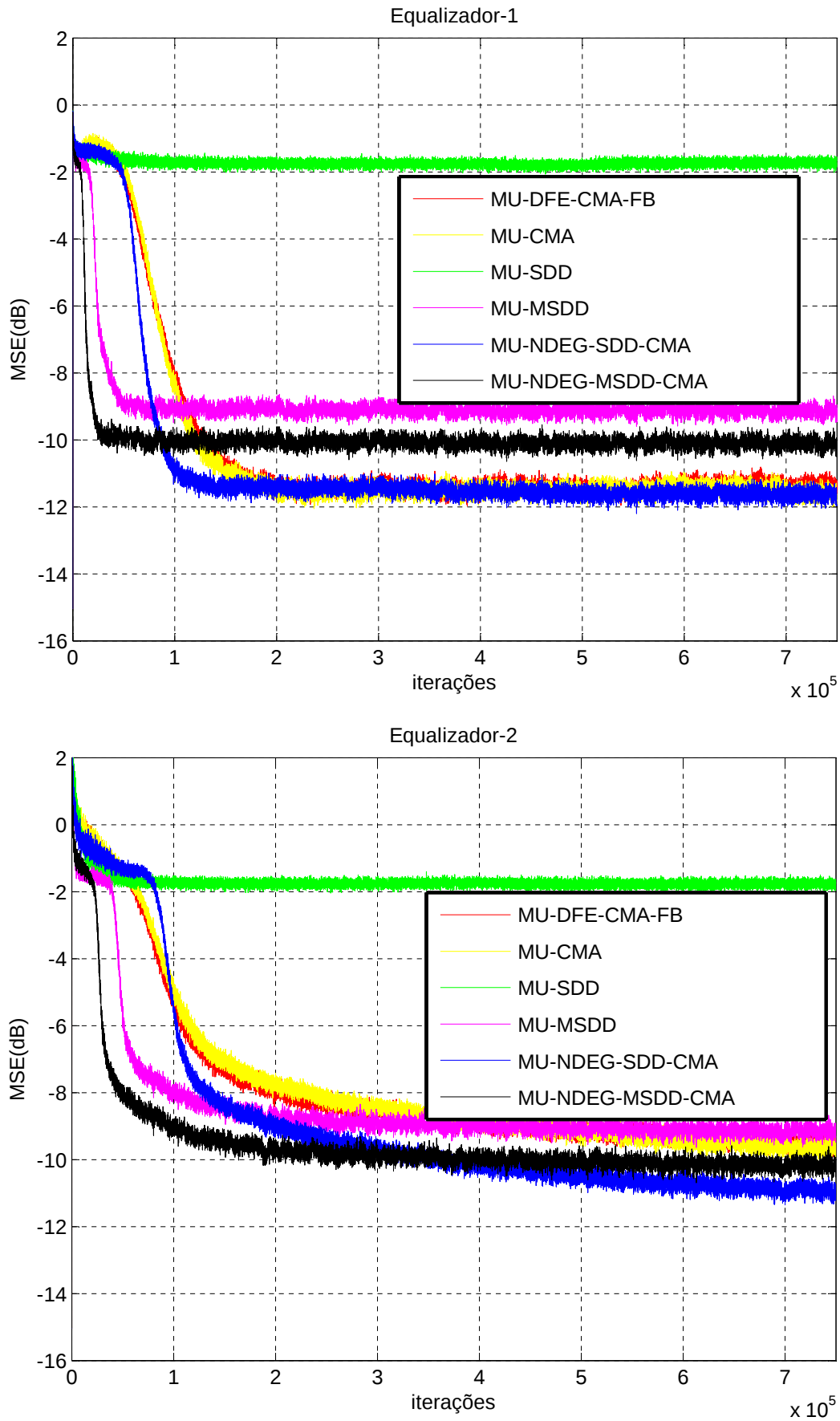


Figura 4.15: Erro quadrático médio de decisão para os equalizadores 1 e 2, após 25 realizações e $SNR = 30$ dB, quando da utilização do Canal 4.

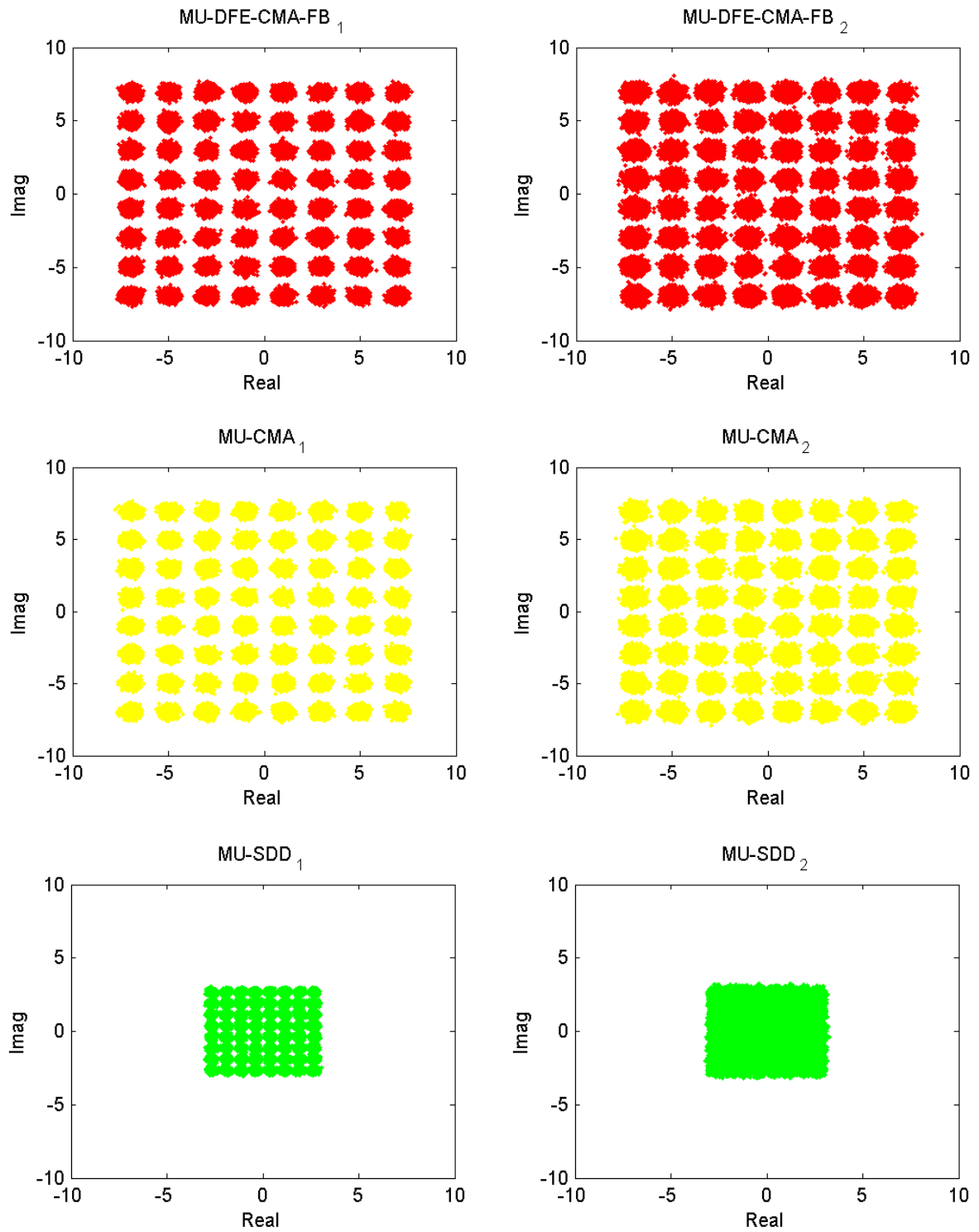


Figura 4.16: Constelações das saídas dos equalizadores 1 e 2 para os algoritmos MU-DFE-CMA-FB, MU-CMA e MU-SDD, para $SNR = 30$ dB e sinais 64-QAM, quando da utilização do Canal 4.

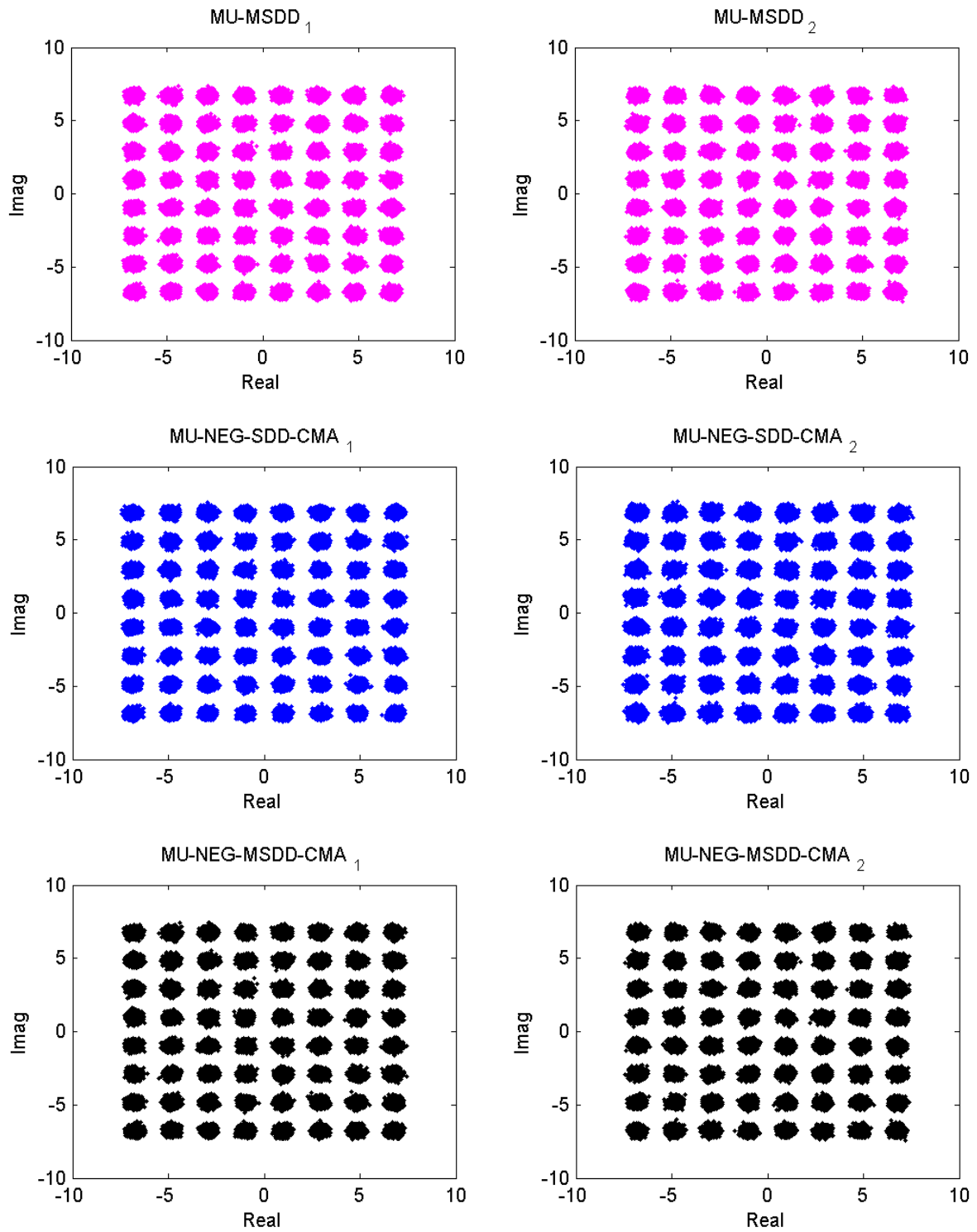


Figura 4.17: Constelações das saídas dos equalizadores 1 e 2 para os algoritmos MU-MSDD, MU-NDEG-SDD-CMA e MU-NDEG-MSDD-CMA, para $SNR = 30$ dB e sinais 64-QAM, quando da utilização do Canal 4.

4.5.2 Caso monousuário

Para verificação do comportamento do MSDD e de sua versão concorrente, também julgou-se interessante considerar o caso monousuário. Utilizando-se o Canal 3, constelação 64-QAM e os parâmetros da Tabela 4.7, foram obtidas curvas de MSE de decisão para as relações sinal-ruído de 20, 25 e 30 dB, mostradas respectivamente nas figuras 4.18, 4.19 e 4.20. Para SNR=20 dB, observa-se que o algoritmo MSDD e sua versão concorrente apresentam uma velocidade de convergência equivalente e superior aos dos outros algoritmos. Para as relações sinal-ruído maiores, observa-se claramente a vantagem do concorrente NDEG-MSDD-CMA em relação aos demais. É interessante notar que o desempenho do MSDD fica entre o dos dois concorrentes considerados. O concorrente NDEG-SDD-CMA é seguido pelo DFE-CMA-FB e pelo CMA na adaptação do LTE. Novamente, o SDD (correspondente ao SDD03) não apresenta desempenho satisfatório para a constelação 64-QAM considerada.

Na Figura 4.21 são mostradas as constelações de saída do equalizador para cada algoritmo no caso da relação sinal-ruído de 30dB. O algoritmo SDD é o único que não consegue recuperar adequadamente a constelação de saída.

Parâmetro	Valor	Característica
N	1	número de fontes
L	1	número de antenas
M	64	número de símbolos da constelação M -QAM
M_b	4	número de coeficientes de $\mathbf{w}_b$
$\mathbf{w}_f(0)$	$(9)_{19}$	inicialização dos coeficientes do DFE
$\mathbf{w}(0)$	$(12)_{23}$	inicialização dos coeficientes do LTE
λ_o	2	multiplicador de Lagrange
α	0.95	fator de esquecimento para estimar $E[y_f ^2]$ e $E[y_f \mathbf{u}^*]$
μ	0.00005	passo de adaptação do CMA
μ_d	0.000075	passo de adaptação do SDD
μ_p	0.02	passo de adaptação do PTA
$\tilde{\rho}$	0.6	estimativa da variância do ruído no SDD

Tabela 4.7: Parâmetros das simulações da Seção 4.5.2.

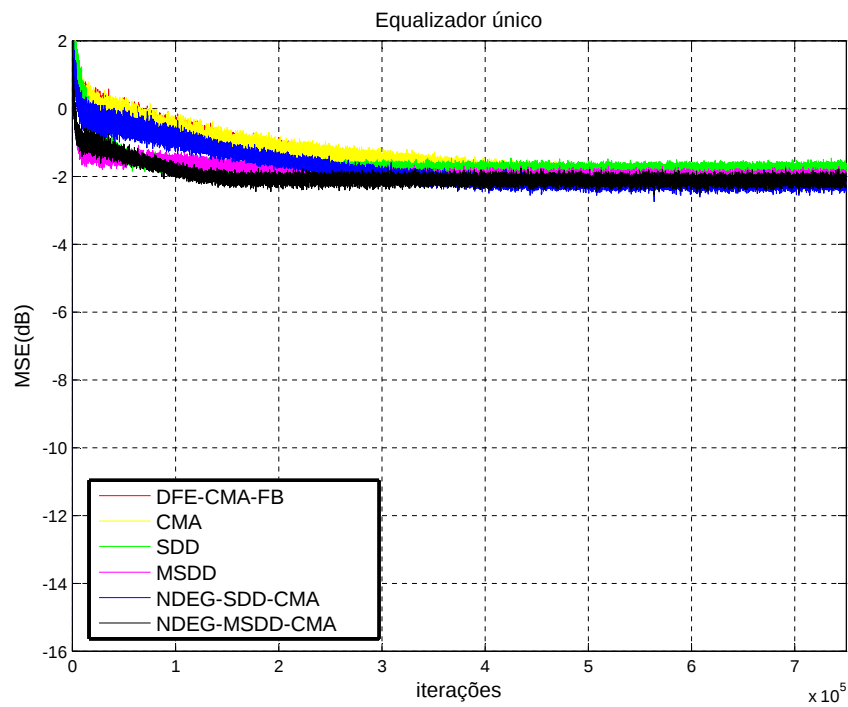


Figura 4.18: Erro quadrático médio para o equalizador, após 25 realizações e $SNR = 20$ dB, quando da utilização do Canal 3.

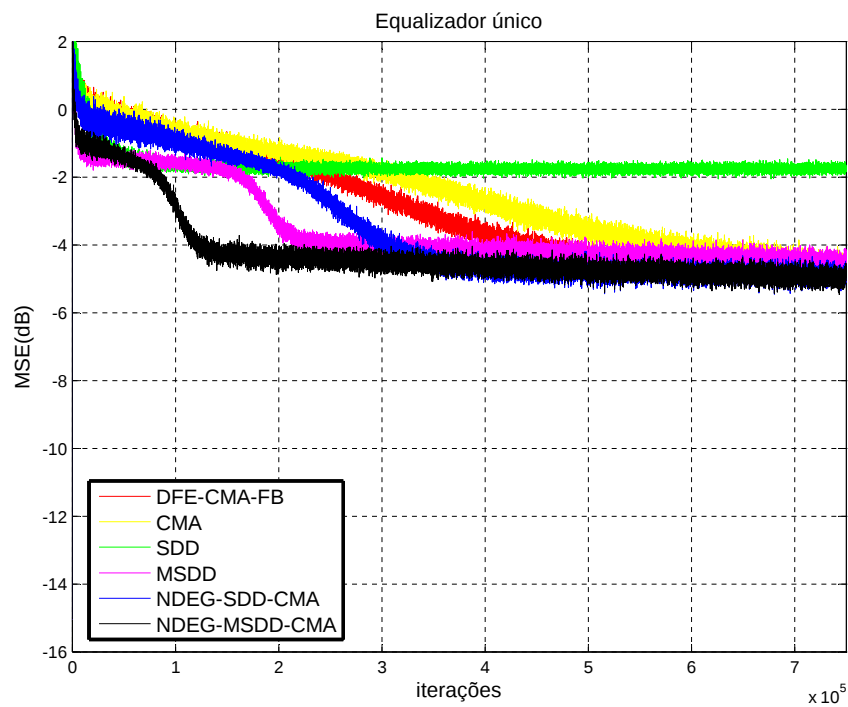


Figura 4.19: Erro quadrático médio para o equalizador, após 25 realizações e $SNR = 25$ dB, quando da utilização do Canal 3.

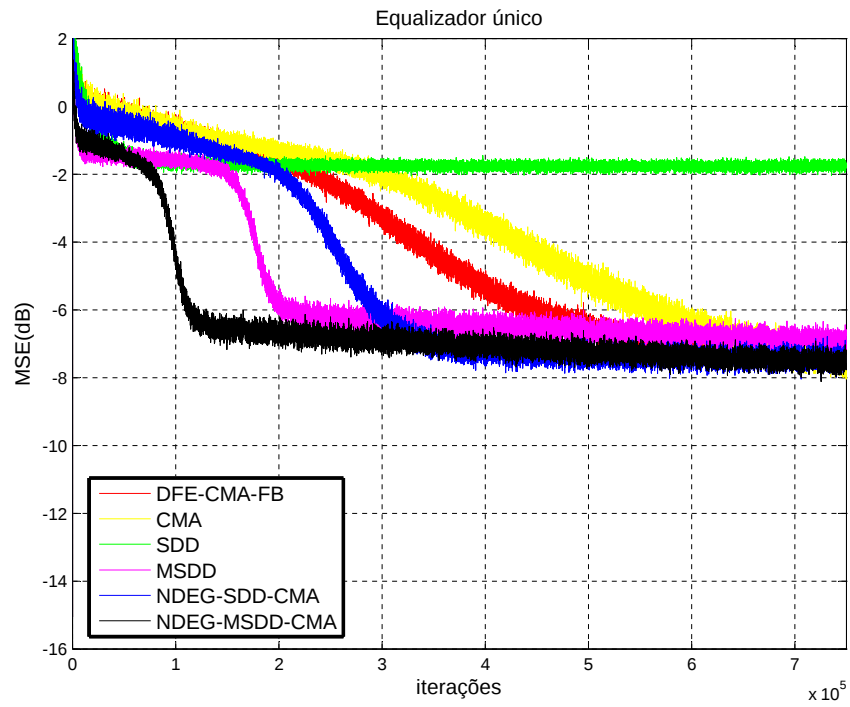


Figura 4.20: Erro quadrático médio para o equalizador, após 25 realizações e $SNR = 30$ dB, quando da utilização do Canal 3.

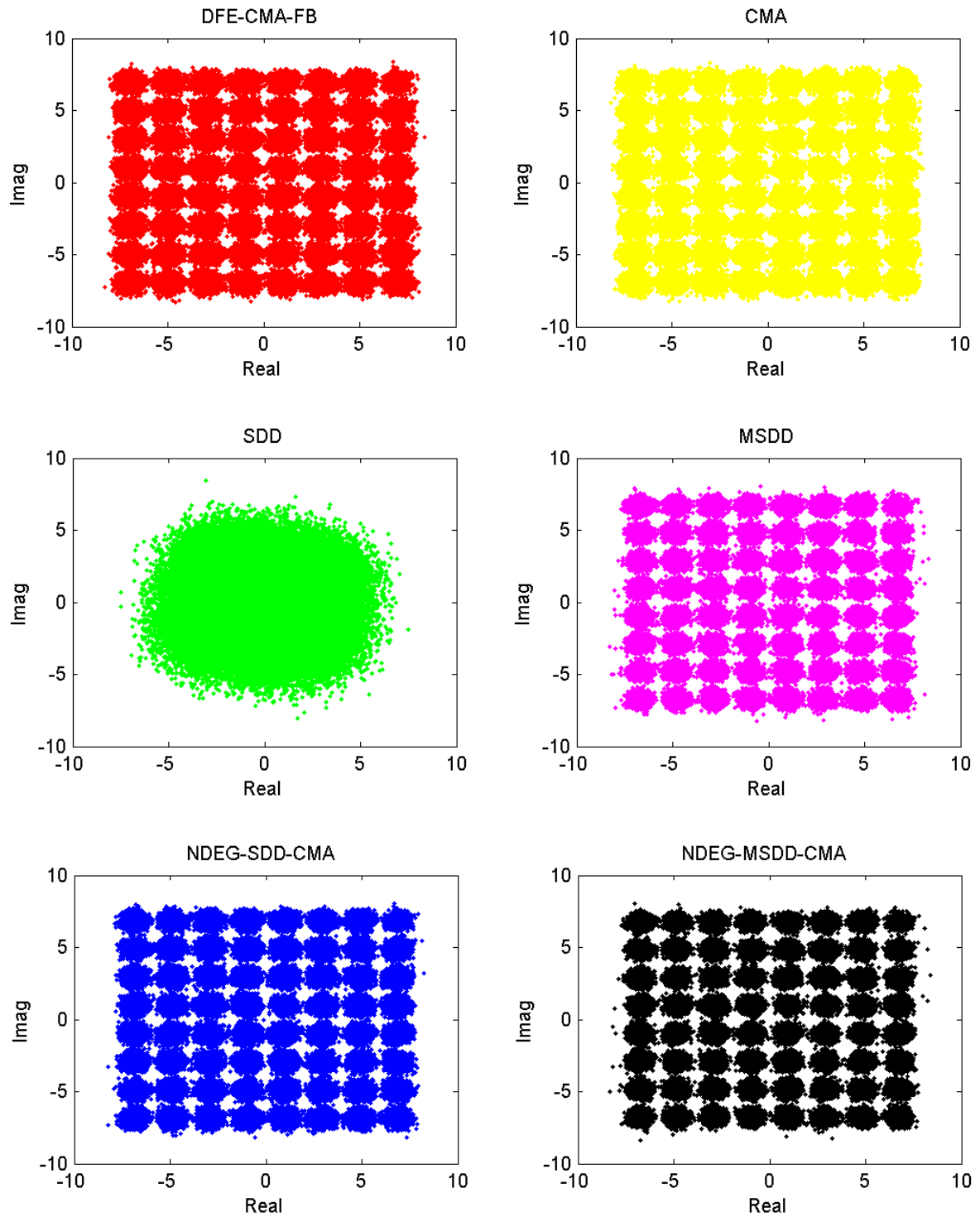


Figura 4.21: Constelações da saída do equalizador para os algoritmos DFE-CMA-FB, CMA, SDD, MSDD, NDEG-SDD-CMA e NDEG-MSDD-CMA, para $SNR = 30$ dB, quando da utilização do Canal 3.

Capítulo 5

Conclusões e trabalhos futuros

Neste capítulo, são comentados os resultados obtidos, considerando algumas deduções analíticas e também a partir das simulações efetuadas com sistemas monousuário e multiusuário, com base em equalizadores de decisão realimentada adaptados por algoritmos autodidatas. Na Seção 5.1, são comentados os resultados obtidos e na Seção 5.2, são sugeridos alguns trabalhos futuros.

5.1 Conclusões

O artigo de GODARD (1980), que trata da equalização autodidata para um único usuário, tem sido revisitado por inúmeros pesquisadores, e.g. (LABAT *et al.*, 1998; QUERESHI, 1985; SZCZECINSKI & GEI, 2002; MACCHI & EWEDA, 1984; LICCIARDI, 2003; SILVA, 2005; SOARES, 2004). Desde sua publicação, vários trabalhos abordando o tema de equalização autodidata têm sido propostos. Algumas melhorias foram introduzidas ao CMA, como é o caso do artigo de (SZCZECINSKI & GEI, 2002), cuja contribuição permite que se evite soluções degeneradas quando da adaptação dos equalizadores de decisão realimentada.

Também baseado em algoritmos autodidatas como o CMA, o presente trabalho aborda o tema relativo à equalização multiusuário, amplamente estudada na literatura, e.g. (AL-DHAHIR & SAYED, 2000; GINIS *et al.*, 2002; KOMNINAKIS *et al.*, 2002; CHOI *et al.*, 2005; PAPADIAS & PAULRAJ, 1997). Porém, este trabalho o faz à luz de algoritmos autodidatas e que consideram o equalizador de decisão realimentada.

Inicialmente, as condições para equalização perfeita com o sistema MIMO-DFE foram

obtidas. Apesar dessas condições não poderem ser diretamente utilizadas na prática, já que os parâmetros K_c e Δ_i são desconhecidos, elas mostram que o sistema MIMO-DFE pode alcançar a condição de “abertura de olho” com filtros do tipo FIR. Além disso, a condição bem discutida e conhecida na literatura de que o número de sensores deve ser maior ou igual ao número de fontes foi confirmada.

Em seqüência, o algoritmo que evita soluções degeneradas, proposto por SZCZECINSKI e GEI (2002) para sistemas SISO-DFE foi revisitado. Foi proposta sua extensão para adaptação autodidata de sistemas MIMO-DFE. O algoritmo resultante evita soluções degeneradas e, simultaneamente, recupera todas as fontes. Através de simulações, se observou que, em ambientes difíceis, ele pode ter um comportamento melhor do que o MU-CMA na adaptação de sistemas MIMO-LTE, apresentando convergência mais rápida, melhor capacidade de *tracking* e um desempenho mais próximo daquele do algoritmo supervisionado MU-LMS, na adaptação de sistemas MIMO-DFE.

Conforme Chen e Chng (2004), em sistemas de comunicação que empregam modulação M -QAM, o CMA é de longe o algoritmo autodidata mais utilizado. Esse algoritmo necessita pouco esforço computacional e prontamente alcança os requisitos para operação em tempo real. O CMA é também muito robusto quanto às imperfeições na recuperação da portadora. Possui, entretanto, um problema, que é o de não atingir um nível de MSE suficientemente baixo para sistemas que demandam melhor desempenho e conseqüentemente menor taxa de erro. Para a redução da MSE se considerou como ponto inicial a operação concorrente dos algoritmos CMA e SDD na adaptação de sistemas SISO-DFE (SOARES, 2004; CHEN, 2003; DE CASTRO *et al.*, 2001). Posteriormente, foram revisitados os algoritmos SDD95, SDD03 e o concorrente CMA+SDD de CHEN, que tratam da adaptação de sistemas SISO-LTE e o concorrente NDEG-SDD-CMA, que considera a adaptação de sistemas SISO-DFE (SOARES, 2004). Neste trabalho, considerando a vantagem do DFE em relação ao LTE para uma mesma complexidade computacional, considerou-se a extensão do SDD e do NDEG-SDD-CMA para o caso MIMO-DFE. Através da realização de simulações, foi possível confirmar a possibilidade de utilização do algoritmo MU-NDEG-SDD-CMA na adaptação de sistemas MIMO-DFE. Além da separação das fontes, comprovou-se uma redução do tempo de convergência desse algoritmo em relação aos MU-SDD e MU-DFE-CMA-FB, operando de forma

isolada.

Adicionalmente, foi proposta uma modificação ao SDD, denominada MSDD, com o objetivo de melhorar a adaptação dos coeficientes dos equalizadores de decisão realimentada, quando esses operam com constelações M -QAM, para $M \geq 64$. Os resultados das simulações com o MSDD mostram que tal algoritmo pode apresentar um desempenho sempre superior ao do SDD também considerado isoladamente, na adaptação de sistemas SISO-DFE e para um esforço computacional igual. O MSDD operando de forma concorrente com o DFE-CMA-FB possibilita ainda, tempos de convergência sempre inferiores aos de todos os outros algoritmos considerados.

Apesar de uma piora relativa no nível de MSE do MU-NDEG-MSDD-CMA, na adaptação de sistemas MIMO-DFE, para relações sinal ruído elevadas, esse algoritmo preserva a característica de convergência em tempos sempre inferiores aos dos demais algoritmos considerados. O que pode ser útil para a adaptação variantes no tempo.

Voltando à Figura 1.5 da página 12, verifica-se que foi possível estender os algoritmos SDD, MSDD, DFE-CMA-FB, NDEG-SDD-CMA e o NDEG-MSDD-CMA do caso SISO para o caso MIMO e comparar os resultados obtidos.

5.2 Trabalhos futuros

Ao longo da realização deste trabalho e das simulações realizadas, foram observadas algumas peculiaridades que poderiam ser melhor investigadas. Dessa forma, os seguintes tópicos poderiam ser pesquisados num futuro trabalho:

- Avaliação dos algoritmos considerando canais mais realistas, incluindo os variantes no tempo;
- Verificação da possibilidade de se utilizar a potência do erro quadrático médio, entre a saída do equalizador e a saída do decisor considerados, para o ajuste “instantâneo” do passo de adaptação dos coeficientes dos algoritmos propostos. Algumas simulações foram realizadas e indicam que tal solução pode ser considerada ainda que de forma combinada com outros algoritmos;

Referências Bibliográficas

AL-DHAHIR, N.; SAYED, A. H. A Computationally-efficient FIR MMSE-DFE for multi-user communications. Submetido: Proc. Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, California, Oct 1999. vol. 1, pp. 207-209. *to a publishing error, which omitted two pages, the entire article is reprinted in Proc. Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, pp. 1867-1871, California, Oct. 2000.*

AL-DHAHIR, N.; SAYED, A. H. The Finite-Length Multi-Input Multi-Output MMSE-DFE. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 48, no.10, p. 2921-2936, Oct 2000.

ARENAS-GARCÍA, J.; MARTÍNEZ-RAMÓN, M.; NAVIA-VÁZQUEZ, N.; FIGUEIRAS-VIDAL, A. R. Plant identification via adaptive combination of transversal Filters. *Signal Processing*, vol. 86, pp. 2430-2438, Sept. 2006.

ARENAS-GARCÍA, J.; FIGUEIRAS-VIDAL, A. R.; SAYED, A. H. Mean-square performance of a convex combination of two adaptive filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, pp. 1078-1090, Mar. 2006.

ARENAS-GARCÍA, J.; FIGUEIRAS-VIDAL, A. R. Improved blind equalization via adaptive combination of constant modulus algorithms. *Proc. of ICASSP'06. IEEE*, 2006, vol. III, pp. 756-759.

CASAS, R. A. *et al.* On initialization strategies for blind adaptive DFEs. Submetido: WIRELESS COMMUNICATIONS AND NETWORKING CONFERENCE, New Orleans, 1999. *Proceedings of WCNC'99*. vol. 2, p. 792-796.

CASAS, R. A. *et al.* Blind adaptation of decision feedback equalizers based on the constant

- modulus algorithm. Submetido: ASILOMAR CONFERENCE ON SIGNALS, SYSTEMS & COMPUTERS, 29., Pacific Groove, 1995. *Proceedings*. v. 1, p. 698-702.
- LUO, Y.; CHAMBERS, J.A., Steady-state mean square error analysis of the cross-correlation and constant modulus algorithm in a MIMO convolutive system. *IEEE Proceedings - Vision, Image, and Signal Processing*, vol.149, pp. 196-203, Aug. 2002.
- CHEN, S.; CHNG, E. S. Fractionally spaced blind equalization with low-complexity concurrent constant modulus algorithm and soft decision-directed scheme. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 19(6) pp. 471-484, 2005.
- CHEN, S.; COOK, T. B.; ANDERSON, L. C. A comparative study of two blind FIR equalizers. *Signal Processing*, v.14, p.18-36, 2004.
- CHEN, S. Low complexity concurrent constant modulus algorithm and soft directed scheme for blind equalization. *IEEE Proceedings - Vision, Image, and Signal Processing*, v. 150, p. 312-320, Oct. 2003.
- CHEN, S.; MCLAUGHLIN, S.; GRANT, P. M.; MULGREW, B. Multi-stage clustering equaliser. *IEEE Transactions on Communications*, v. 43, p.701-705, Feb./Mar./Abr. 1995.
- CHOI, J.; YU, H.; LEE, Y. H. Adaptive MIMO Decision Feedback Equalization for Receivers With Time-Varying Channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 53, no.11, p. 4295-4303, Nov 2005.
- COWAN, C. F. N.; SEMNANI, S. Time-variant equalization using a novel non-linear adaptive structure. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, v.12, p. 195-206, 1998.
- DE CASTRO, F. C. C.; DE CASTRO, M. C. F.; ARANTES, D. S. Concurrent blind deconvolution for channel equalization. Submetido: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMMUNICATIONS, Helsink, 2001. *Proceedings of ICC'2001*. v. 2, p. 366-371.
- DE CASTRO, F. C. C.; DE CASTRO, M. C. F. *Comunicação Digital*. Porto Alegre: Pontífice Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2001. Arquivo de da-

- dos(Comunicação Digital - Cap VI), disponível em <http://www.ee.pucrs.br/decastro/download.html>, acessado em fev. 2004.
- DING, Z.; LI, Y. *Blind Equalization and Identification*. New York: Marcel Dekker, 2001.
- FILHO, J. M.; SILVA, M. T. M.; MIRANDA, M. D. Space-time blind decision feedback equalizer. Submetido: IV International Telecommunication Symposium - ITS2006, a ser realizado em Fortaleza, 2006.
- FORNEY JR., G. D. Maximum-likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interference. *IEEE Transactions on Information Theory*, v.IT-18, n.3, p. 363-378, May 1972.
- GINIS, G.; BAR-NESS, Y.; CIOFFI, J. M. Blind Adaptive MIMO Decision Feedback Equalization using Givens Rotations. *Proceedings of IEEE International Conference in Communications (ICC)*, New York, NY, Vol. 1, p. 59-63, May 2002.
- GODARD, D. N. Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems. *IEEE Transactions on Communications*, v. COM-28, n. 11, p. 1867-1875, Nov. 1980.
- GHOSH, M. Blind decision feedback equalization for terrestrial television receivers. *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, p. 2070-2081, Oct. 1998.
- HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory*. 3rd. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- HEIDARY, A.; NASIRI-KENARI, M. A family of simple blind phase recovery algorithms. Submetido: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INTELLIGENT SIGNAL PROCESSING AND COMMUNICATION, Honolulu, 2000. *Proceedings of ISPACS'2000*. vol. 1, p. 24-28.
- JINBIAO, X.; FULONG M.; YUMIN W. soft decision-directed blind equalization *Proceedings of ICC'96*, p. 32-35 P.R.China, 1996.
- KARAOGUZ, J.; ADARLAN, S. H. A soft decision-directed blind equalization algorithm applied to equalization of mobile communication channels. Submetido: IEEE INTER-

- NATIONAL CONFERENCE ON COMMUNICATIONS, Chicago, 1992. *Proceedings of ICC'92*. v. 3, p. 343.4.1-343.4.5.
- KOMNINAKIS, C.; FRAGOULI, C.; SAYED, A.H.; WESEL, R. D. Multi-Input Multi-Output Fading Channel Tracking and Equalization Using Kalman Estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 50, no.5, p. 1065-1076, May 2002.
- LABAT, J.; MACCHI, O.; LAOUT, C. Adaptive decision feedback equalization: can you skip the training period? *IEEE Transactions on Communications*, v. 46, p. 921-930, July 1998.
- LATHI, B. P. *Modern Digital and Analog Communication Systems*. 2. ed. Florida: Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1989.
- LICCIARDI JR., A. N. *Sobre o método super-exponencial de deconvolução autodidata*. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)-Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2003.
- HE, L.; AMIN, M. G.; JR, C. R.; Malkemes, R. C. A Hybrid Adaptive Blind Equalization Algorithm for QAM Signals in Wireless Communications. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 52, no.7, p. 2058-2069, July 2004.
- LIU, S.; TIAN, Z. Near-Optimum Soft Decision Equalization for Frequency Selective MIMO Channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 52, no.3, p. 721-733, Mar 2004.
- MACCHI, O.; EWEDA, E. Convergence analysis of self-adaptive equalizers. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. IT-3, p. 161-176, 1984.
- NOWLAN, S. J.; HINTON, G. E. A soft decision-directed LMS algorithm for blind equalization *IEEE Transactions on Communications*, v. 41, no. 2, p. 275-279, February 1993.
- PAPADIAS, C. B.; PAULRAJ, A. Decision-feedback equalization and identification of linear channels using blind algorithms of the bussgang type. Submetido: ASILOMAR CONFERENCE ON SIGNALS, SYSTEMS & COMPUTERS, 29., Pacific Groove, 1995. *Proceedings*. v. 1, p. 335-340.

- PAPADIAS, C. B.; PAULRAJ, A. A constant modulus algorithm for multiuser signal separation in presence of delay spread using antenna arrays. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 4, p. 178-181, June 1997.
- PAPADIAS, C. B.; PAULRAJ, A. J., Space-time processing for wireless communications. *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 49-83, Nov. 1997.
- PROAKIS, J. G. *Digital Communications*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 1996.
- QUERESHI, S. H. Adaptive equalization. *Proceedings of the IEEE*, v.73, n.9, p. 1349-1387, Sept. 1985.
- SAYED, A. H. *Fundamentals of Adaptive Filtering*. 1. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003.
- SHALVI, O.; WEINSTEIN, E. New criteria for blind deconvolution of non-minimum phase systems (channels). *IEEE Transactions on Information Theory*, v. IT-36, p. 312-321, 1990.
- SHEIKH, S. A.; FAN, P. Two efficient adaptively varying modulus blind equalizers: AVMA and DM/AVMA. *Digital Signal Processing*, 16 (2006), p. 832-845, 2006.
- SHIMAMURA, T.; COWAN, C. F. N. Equalization of time variant multipath channels using amplitude banded techniques. Submetido: *IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ACOUSTICS, SPEECH, AND SIGNAL PROCESSING*, 1997, Munich. Proceedings of ICASSP'97. p. 2497-2500.
- SILVA, M. T. M.; MIRANDA, M. D.; SOARES, R. Concurrent Blind Decision Feedback Equalizer. Submetido: INTERNATIONAL WORKSHOP ON TELECOMMUNICATIONS, 2004, Santa Rita do Sapucaí. *Proceedings of IWT'2004*, p. 107-112.
- SILVA, M. T. M. *Um estudo sobre técnicas de equalização autodidata*. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.
- SILVA, M. T. M. *Equalização não-linear de canais de comunicação*. 2001. 177p. Dissertação (Mestrado em Engenharia), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

- SOARES, R. *Um Algoritmo Autodidata Concorrente para Adaptação do DFE*. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)-Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2004.
- SZCZECINSKI, L. L.; GEI, A. Blind decision feedback equalisers, how to avoid degenerative solutions. *Signal Processing*, vol. 82, pp. 1675-1693, 2002.
- TONG, L.; LIU, D. Blind predictive decision-feedback equalization via the constant modulus algorithm. Submetido: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ACOUSTICS, SPEECH, AND SIGNAL PROCESSING, Munich, 1997. *Proceedings of ICASSP'97*. p. 3901-3904.
- TREICHLER, J. R; FIJALKOW, I; JOHNSON JR., C. R. Fractionally spaced equalizers. *IEEE Signal Processing Magazine*, p. 65-81, May 1996.
- VANDENDORPE, L.; WIEL, O. V. Equalization for Multitone DS/SS Systems over Multipath Channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 14, no. 3, p. 502-511, April 1996.
- WIDROW, B.; STEARNS, S.D. *Adaptive Signal Processing*. New Jersey: Prentice Hall, 1985.

Apêndice A

Artigo apresentado no ITS2006

FILHO, J. M.; SILVA, M. T. M.; MIRANDA, M. D. Space-time blind decision feedback equalizer. Apresentado no *IV International Telecommunication Symposium* (ITS-2006), realizado em Fortaleza, 2006.

Space-Time Blind Decision Feedback Equalizer

João Mendes Filho, Magno T. M. Silva, and Maria D. Miranda

Abstract—We address the problem of signal separation using space-time blind decision feedback equalizer. Assuming correct decisions and absence of noise, the perfect equalization conditions are obtained. We present an extension of the blind algorithm which avoids degenerated solutions in the single-input single output case. The proposed algorithm jointly adapts the feedforward and feedback filters of DFE, avoids degenerated solutions, and has capability of simultaneously recovering all sources.

Index Terms—Decision Feedback Equalizer, Constant Modulus Algorithm, Space-time equalization.

I. INTRODUCTION

Adaptive equalizers play an important role in mobile communications. A typical problem that frequently arises in multiuser communication systems is the separation of linear mixtures of signals. In this context, Decision Feedback Equalizers (DFEs) can be used, since they may present good performance in difficult environments as, for example, channels with non-minimum phase, spectral nulls or non-linearities [1].

In order to obtain an efficient data transmission, DFEs can be blindly adapted. In this case, algorithms based on the Constant Modulus criterion [2] for joint updating of the feedforward and feedback filters may converge to so-called degenerated solutions. This occurs when the signal at the equalizer output is independent of its input [3], [1]. To avoid this problem in the SISO (Single-Input Single-Output) case, Szczecinski and Gei proposed a new criterion for reliable detection of degenerated solutions [1]. This criterion is based on the Constant Modulus cost function with constraint on the feedforward and feedback filters and is minimized by a stochastic algorithm called DFE Constant Modulus Algorithm with Feedback (DFE-CMA-FB). It was shown in [1] that this algorithm avoids degenerated solutions, being more efficient than the previous algorithms proposed in the literature, as e.g. [3]-[6].

Inspired by MU-CMA (Multiuser-CMA) proposed in [7] and using the same formulation of [8], we extend DFE-CMA-FB for Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) case, also known as space-time equalization. Based on [3], we also present sufficient conditions for perfect space-time decision feedback equalization in the absence of noise. The paper is organized as follows. In Section II, blind DFE in the SISO case is revisited. In Section III, problem formulation with space-time diversity and the perfect equalization conditions for MIMO-DFE are presented. The space-time blind algorithm for joint updating of the DFE filters, denoted as MU-DFE-

CMA-FB, is introduced in Section IV. Simulation results and conclusions are presented respectively in sections V and VI.

II. REVISITING BLIND DFE IN THE SISO CASE

A communication system with DFE is depicted in Figure 1 [9]. The signal $a(n)$ with variance σ_a^2 is transmitted through an unknown channel, whose model is constituted by an FIR (Finite Impulse Response) filter $H(z)$ and additive white Gaussian noise $\eta(n)$ with variance σ_η^2 . The received signal $u(n)$ is filtered by an FIR feedforward filter $\mathbf{w}_f$ and the past decisions are fed back and filtered by an FIR feedback filter $\mathbf{w}_b$. Then, a linear combination of the filters' outputs, that is, $y(n) = y_f(n) + y_b(n)$, enters to the decision device. The blind DFE must recover the signal $a(n)$ for some delay Δ .

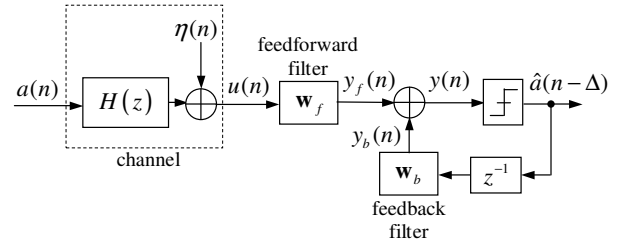


Fig. 1. A communication system with DFE.

In the SISO case, the Constant Modulus cost function is defined as [2]

$$J_G \triangleq E \{ (|y(n)|^2 - R_2^a)^2 \}, \quad (1)$$

where $R_2^a = E\{|a(n)|^4\}/E\{|a(n)|^2\}$. Algorithms based on the minimization of (1) for joint updating of $\mathbf{w}_f$ and $\mathbf{w}_b$ may converge to so-called degenerated solutions [3], [1]. Assuming 2-PAM (Pulse Amplitude Modulation) signalling, the DFE coefficients may converge to

$$\mathbf{w}_f(n) = \mathbf{0}, \quad \text{and} \quad \mathbf{w}_b(n) = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0]^T,$$

where the superscript T stands for transpose of a vector or matrix. In this case, (1) is minimized, the coefficient updating with an algorithm like CMA stops, and the sequence $a(n)$ is not recovered. To avoid this problem, a constraint in the Godard cost function was proposed in [1], leading to DFE-CMA-FB.

Defining

$$c(n) = \|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 - \frac{E\{|y_f(n)|^2\}}{\sigma_a^2} + \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_a^2}, \quad (2)$$

where $\|\cdot\|$ represents the Euclidian norm, Szczecinski and Gei proved by contradiction in [1, p. 1684], that the solutions which satisfy $c(n) \leq 0$ are not degenerated. Thus, to jointly

The authors are with Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Presbiteriana Mackenzie, Rua da Consolação, 896, CEP: 01302-907, São Paulo-SP, Brazil. Emails: joao.mendes@uol.com.br, magnotmsilva@gmail.com, mdm@mackenzie.br. This work was supported by CAPES and MACKPESQUISA.

adapt the DFE filters, this constraint must be inserted in (1), leading to

$$J_{G_{\text{DFE}}} = E \{ (|y(n)|^2 - R_2^a)^2 \} + \lambda c(n), \quad (3)$$

where λ is a Lagrange multiplier, chosen to ensure $c(n) \leq 0$.

Assuming $\sigma_a^2 = 1$ and

$$\|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 - E\{|y_f(n)|^2\} \gg \|\mathbf{w}_f(n-1)\|^2 \sigma_\eta^2,$$

the constraint reduces to

$$c(n) \approx \|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2 - E\{|y_f(n)|^2\} \leq 0. \quad (4)$$

DFE-CMA-FB was derived in [1], by minimizing (3) and using the approximation (4). Thus, at each iteration, besides the squared norm $\|\mathbf{w}_b(n-1)\|^2$, the energy $E_{y_f}(n) = E\{|y_f(n)|^2\}$ must be estimated, what can be done as

$$E_{y_f}(n) = \alpha_f E_{y_f}(n-1) + (1 - \alpha_f) |y_f(n)|^2, \quad (5)$$

where $0 \ll \alpha_f < 1$. Comparing the algorithms DFE-CMA-FB and CMA, we observe that when $c(n) \leq 0$, the Lagrange multiplier is null ($\lambda(n) = 0$) and the algorithms are the same. On the other hand, when $c(n) > 0$, $\lambda(n) = \lambda_0 > 0$ and the coefficient update equations differ. Thus, the Lagrange multiplier can be computed through the step function, i.e.,

$$\lambda(n) = \lambda_0 \text{step}(c(n)), \quad (6)$$

being $\text{step}(x) = 1$ if $x > 0$ and $\text{step}(x) = 0$ if $x \leq 0$.

III. SPACE-TIME DFE

In the MIMO system, the signals of N sources are transmitted through communication channels and suffer inter-symbol and co-channel interferences. In the receiver, there is an antenna array with L ($L > N$) sensors, as depicted in Figure 2 for $N = 2$ and $L = 3$. The source sequences $a_i(n)$, $i = 1, \dots, N$ are assumed i.i.d., independent from one another, non Gaussian, and zero-mean. The channel from the i^{th} source to the ℓ^{th} sensor is modelled by an FIR filter with K_c coefficients and η_i , $i = 1, 2, \dots, L$ represent additive white Gaussian noise. The outputs of the L sensors are processed with N parallel space-time DFEs. Each DFE has K_t time diversity, $M_f = L K_t$ coefficients in the feedforward filter, and M_b coefficients in the feedback filter. The equalizer must mitigate the channel effects and recover the transmitted sequences $a_1(n), a_2(n), \dots, a_N(n)$, with the respective delays $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N$. Throughout the paper, we assume without loss of generality that the i^{th} equalizer converges asymptotically to the i^{th} source with delay Δ_i .

Considering space-time diversity, the feedforward filter input vector can be written as

$$\mathbf{u}(n) = [\mathbf{u}_1^T(n) \quad \mathbf{u}_2^T(n) \quad \dots \quad \mathbf{u}_L^T(n)]^T, \quad (7)$$

where

$$\mathbf{u}_\ell(n) = [u_\ell(n) \quad u_\ell(n-1) \quad \dots \quad u_\ell(n-K_t+1)]^T, \quad (8)$$

with $\ell = 1, 2, \dots, L$. The i^{th} feedback filter input vector is

$$\hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}(n) = [\hat{a}_i(n-\Delta_i-1) \quad \dots \quad \hat{a}_i(n-\Delta_i-M_b)]^T, \quad (9)$$

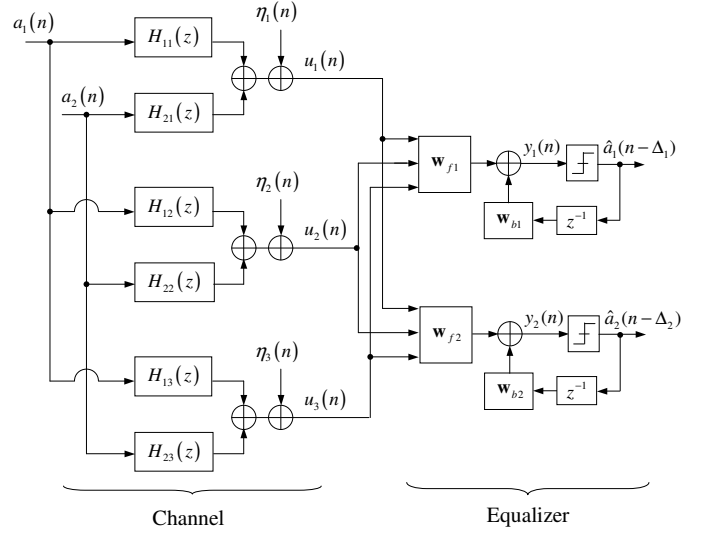


Fig. 2. MIMO-DFE system model, $N = 2$, $L = 3$.

where $\hat{a}_i$ is the estimation of a_i , obtained at the output of the decision device.

The output of the i^{th} equalizer can be written as

$$y_i(n) = y_{fi}(n) + y_{bi}(n), \quad (10)$$

where

$$y_{fi}(n) = \mathbf{u}^T(n) \mathbf{w}_{fi}, \quad (11)$$

and

$$y_{bi}(n) = \hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}^T(n) \mathbf{w}_{bi}. \quad (12)$$

Joining the input and coefficient vectors of the feedforward and feedback filters, we get

$$\mathbf{u}_{fbi}(n) = [\mathbf{u}^T(n) \quad \hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}^T(n)]^T \quad (13)$$

and

$$\mathbf{w}_{fbi} = [\mathbf{w}_{fi}^T \quad \mathbf{w}_{bi}^T]^T, \quad (14)$$

and the output of the i^{th} equalizer can be rewritten as

$$y_i(n) = \mathbf{u}_{fbi}^T(n) \mathbf{w}_{fbi}. \quad (15)$$

Assuming correct decisions, that is, $\hat{a}_i = a_i$, $i = 1, 2, \dots, N$, and absence of noise, the equalizer input vector $\mathbf{u}_{fbi}(n)$ can be written as

$$\mathbf{u}_{fbi}(n) = \mathbf{H}_{fbi}^T \tilde{\mathbf{a}}_i(n), \quad (16)$$

where $\mathbf{H}_{fbi}$ is the convolution matrix of the equivalent channel,

$$\tilde{\mathbf{a}}_i(n) = [\mathbf{a}_{1i}^T(n) \quad \mathbf{a}_{2i}^T(n) \quad \dots \quad \mathbf{a}_{Ni}^T(n)]^T, \quad (17)$$

and

$$\mathbf{a}_{ki} = [a_k(n) \quad a_k(n-1) \quad \dots \quad a_k(n-\tau_{ki})]^T, \quad (18)$$

with $k = 1, 2, \dots, N$. Defining

$$\tau \triangleq K_t + K_c - 2, \quad (19)$$

τ_{ki} of (18) is given by

$$\tau_{ki} = \begin{cases} \tau, & k \neq i \\ \tau, & k = i \text{ and } \Delta_i \leq \tau - M_b \\ \Delta_i + M_b, & k = i \text{ and } \Delta_i > \tau - M_b \end{cases} \quad (20)$$

If $\Delta_i \leq \tau - M_b$, the matrix $\mathbf{H}_{fbi}^T$ is given by

$$\mathbf{H}_{fbi}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{M_b \times \tau_0} & \mathbf{I}_{M_b}^T & \mathbf{0}_{M_b \times \tau_1} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

where $\mathbf{I}_{M_b}$ is the identity matrix with dimensions $M_b \times M_b$, $\mathbf{0}_{M \times K}$ is a zero matrix with dimensions $M \times K$, being K and M positive integers,

$$\tau_0 = (i-1)(\tau+1) + \Delta_i + 1, \quad (22)$$

$$\tau_1 = (N-i+1)(\tau+1) - M_b - \Delta_i - 1, \quad (23)$$

and $\mathbf{H}_{1,N}^T$ is obtained by setting $j = 1$ and $k = N$ in the following matrix

$$\mathbf{H}_{j,k}^T = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{j1}^T & \mathcal{H}_{(j+1)1}^T & \cdots & \mathcal{H}_{k1}^T \\ \mathcal{H}_{j2}^T & \mathcal{H}_{(j+1)2}^T & \cdots & \mathcal{H}_{k2}^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{H}_{jL}^T & \mathcal{H}_{(j+1)L}^T & \cdots & \mathcal{H}_{kL}^T \end{bmatrix}, \quad (24)$$

being $k \geq j$ and $\mathcal{H}_{i\ell}$ the convolution matrix of the channel $H_{i\ell}(z)$, which relates to the source i to the sensor ℓ . It is importante to notice that $\mathbf{H}_{j,k}^T$ has M_f rows and $(k-j+1)(\tau+1)$ columns. On the other hand, if $\Delta_i > \tau - M_b$, the matrix $\mathbf{H}_{fbi}^T$ is given by

$$\mathbf{H}_{fbi}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,i}^T & \mathbf{0}_{M_f \times \tau_2} & \mathbf{H}_{(i+1),N}^T \\ \mathbf{0}_{M_b \times \tau_3} & \mathbf{I}_{M_b}^T & \mathbf{0}_{M_b \times \tau_4} \end{bmatrix} \quad (25)$$

where

$$\tau_2 = \Delta_i + M_b - \tau, \quad (26)$$

$$\tau_3 = \tau(i-1) + i + \Delta_i, \quad (27)$$

and

$$\tau_4 = (N-i)(\tau+1). \quad (28)$$

Note that for $i = N$, $\mathbf{H}_{fbi}^T$ reduces to

$$\mathbf{H}_{fbi}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,N}^T & \mathbf{0}_{M_f \times \tau_2} \\ \mathbf{0}_{M_b \times \tau_3} & \mathbf{I}_{M_b}^T \end{bmatrix}. \quad (29)$$

From (21) and (25), we observe that $\mathbf{H}_{fbi}$ depends on the relation among Δ_i , τ , and M_b and can have the following dimensions

$$\begin{cases} N(\tau+1) & \times & (M_f + M_b), & \text{if } \Delta_i \leq \tau - M_b \\ (\tau_3 + \tau_4 + M_b) & \times & (M_f + M_b), & \text{if } \Delta_i > \tau - M_b \end{cases}$$

Perfect zero-forcing equalization can be achieved in the absence of noise if $\mathbf{H}_{fbi}$ has full rank, that is, if $\mathbf{H}_{fbi}$ has more columns than rows [3]. Thus, using the possible dimensions of $\mathbf{H}_{fbi}$, we arrive at

$$M_f \geq \frac{N(K_c-1)-M_b}{1-N/L}, \quad \text{if } \Delta_i \leq \tau - M_b \quad (30a)$$

and

$$M_f \geq \frac{(N-1)(K_c-1)+\Delta_i+1}{1-(N-1)/L}, \quad \text{if } \Delta_i > \tau - M_b. \quad (30b)$$

The right side of (30a) must be positive since M_f represents the number of coefficients of the feedforward filter. In this case, $L > N$ and $M_b < N(K_c-1)$ must be ensured to obtain perfect equalization with DFE when $\Delta_i \leq \tau - M_b$. On the other hand, DFE can achieve perfect equalization in the case of $\Delta_i > \tau - M_b$, if (30b) is ensured, what leads to $L \geq N$, that is, the number of sensors must be greater or equal than the number of sources. Considering space-time blind equalization, since Δ_i and K_c are unknown, it is usual to assume $L > N$. Moreover, we can observe in (30) that to ensure perfect equalization, each equalizer should have a different configuration, what would imply in a different time diversity (K_t) for each user. However, in order to facilitate the implementation and as Δ_i and K_c are unknown in practice, K_t is considered the same for each equalizer. It is relevant to notice that the conditions (30a) and (30b) are sufficient, but not necessary.

The perfect equalization condition in the case of MIMO Linear Transversal Equalizer (LTE) is given by [10]

$$M \geq \frac{N(K_c-1)}{1-N/L}, \quad (31)$$

where M is the number of coefficients of the transversal filter. Comparing this condition to (30a) we observe that to obtain perfect equalization with MIMO-LTE or MIMO-DFE, it is possible that $M_f < M$, that is, the fact of considering the feedback filter allows to use less coefficients in the feedforward filter if $\Delta_i \leq \tau - M_b$.

To close this section, we consider the SISO case. Rewriting the condition (30a) as

$$M_f(1-N/L) \geq N(K_c-1)-M_b \quad (32)$$

and making $N = 1$ and $L = 1$ in (32) and (30b), we get

$$M_b \geq N(K_c-1), \quad \text{if } \Delta_i \leq \tau - M_b \quad (33a)$$

or

$$M_f \geq \Delta_i + 1, \quad \text{if } \Delta_i > \tau - M_b. \quad (33b)$$

These conditions were obtained in [3] to ensure perfect equalization with DFE in the SISO case.

IV. SPACE-TIME BLIND ALGORITHM FOR DFE

In order to avoid the recovery of the same sequence by all the equalizers, it is usual to penalize the cross-correlations of the output sequences. In this case, the Multiuser Constant Modulus cost function is given by [7]

$$J_{G_{\text{MIMO}}} = \sum_{i=1}^N \left[J_{Gi} + \xi \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{\delta=0}^{\delta_1} |r_{ij}(\delta)|^2 \right], \quad (34)$$

in which

$$\begin{aligned} J_{Gi} &= E\{|y_i(n)|^2 - R_2^a\}^2, \\ r_{ij}(\delta) &= E\{y_i(n)y_j^*(n-\delta)\}, \\ \delta_1 &= K_t + K_c - 1, \end{aligned}$$

ξ is a positive constant, and $*$ stands for complex conjugate. The parameter δ_1 is related to the channel delay spread and $r_{ij}(\delta)$ represents the cross-correlation between the i^{th} equalizer and the j^{th} equalizer output with lag δ [7], [8]. The instantaneous gradient estimate of this cost function related to the i^{th} equalizer is given by [8]

$$\hat{\nabla}_i J_{G_{\text{MIMO}}} = \bar{e}_i(n) \mathbf{u}_{fbi}^*(n), \quad (35)$$

where

$$\bar{e}_i(n) = e_i(n) + \epsilon_i(n), \quad (36)$$

$$e_i(n) = (|y_i(n)| - R_2^a)y_i(n), \quad (37)$$

and

$$\epsilon_i(n) = \frac{\xi}{2} \hat{\mathbf{r}}_i^T(n) \mathbf{y}_i(n). \quad (38)$$

The column vectors $\hat{\mathbf{r}}_i(n)$ and $\mathbf{y}_i(n)$ have $(N-1)(\delta_1+1)$ elements and are defined by [8]

$$\hat{\mathbf{r}}_i(n) = [\hat{\mathbf{r}}_{i,1}^T \cdots \hat{\mathbf{r}}_{i,i-1}^T \quad \hat{\mathbf{r}}_{i,i+1}^T \cdots \hat{\mathbf{r}}_{i,N}^T]^T \quad (39)$$

and

$$\mathbf{y}_i(n) = [\check{\mathbf{y}}_1^T(n) \cdots \check{\mathbf{y}}_{i-1}^T(n) \quad \check{\mathbf{y}}_{i+1}^T(n) \cdots \check{\mathbf{y}}_N^T(n)]^T, \quad (40)$$

with

$$\hat{\mathbf{r}}_{i,j} = [\hat{r}_{ij}(0) \cdots \hat{r}_{ij}(\delta_1)]^T \quad (41)$$

and

$$\check{\mathbf{y}}_j(n) = [y_j(n) \cdots y_j(n-\delta_1)]^T, \quad (42)$$

for $1 \leq j \leq N$ and $j \neq i$.

The cross-correlation vector $\hat{\mathbf{r}}_i(n)$ can be updated by the following recursive equation

$$\hat{\mathbf{r}}_i(n) = \alpha_r \hat{\mathbf{r}}_i(n-1) + (1 - \alpha_r) y_i(n) \mathbf{y}_i^*(n), \quad (43)$$

where $0 \ll \alpha_r < 1$ is a forgetting factor.

Using this formulation, the MU-CMA update equation for MIMO-DFE is given by

$$\mathbf{w}_{fbi}(n) = \mathbf{w}_{fbi}(n-1) - \mu \bar{e}_i(n) \mathbf{u}_{fbi}^*(n), \quad (44)$$

for $i = 1, 2, \dots, N$, where $\mu > 0$ is the step-size. This algorithm can converge to degenerated solutions, being important to consider a constraint like (4) in (34). Thus, to avoid degenerated solutions, DFE-CMA-FB can be extended to the MIMO case, by replacing $e(n)$ of the SISO case by $\bar{e}_i(n)$ defined in (36). The resulting algorithm, denoted MU-DFE-CMA-FB, is shown in Table I. It is worth to notice that the vector $\mathbf{g}_i(n)$ of the table appears when $c_i(n)$ is derived in relation to $\mathbf{w}_f$. Moreover, when the Lagrange multiplier $\lambda_i(n)$ is null, MU-DFE-CMA-FB reduces to MU-CMA.

TABLE I
SUMMARY OF MU-DFE-CMA-FB.

Initialize the algorithm by setting:
$\mathbf{w}_{fi}(0) = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0]$
$\mathbf{w}_{bi}(0) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{g}_i(0) = \mathbf{0}, \quad E_i(0) = 0$
For $n = 1, 2, \dots$, compute: {
For $i = 1, 2, \dots, N$, compute: {
$y_{fi}(n) = \mathbf{u}^T(n) \mathbf{w}_{fi}(n-1)$
$y_{bi}(n) = \hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}^T(n) \mathbf{w}_{bi}(n-1)$
$y_i(n) = y_{fi}(n) + y_{bi}(n)$
$e_i(n) = (y_i(n) ^2 - R_2^a)y_i(n)$
$E_{y_{fi}}(n) = \alpha_f E_{y_{fi}}(n-1) + (1 - \alpha_f) y_{fi}(n) ^2$
$\mathbf{g}_i(n) = \alpha_f \mathbf{g}_i(n-1) + (1 - \alpha_f)y_{fi}(n) \mathbf{u}^*(n)$
$c_i(n) = \ \mathbf{w}_{bi}(n-1)\ ^2 - E_{y_{fi}}(n)$
$\lambda_i(n) = \lambda_o \text{step}(c_i(n))$ }
For $i = 1, 2, \dots, N$, compute: {
$\hat{\mathbf{r}}_i(n) = \alpha_r \hat{\mathbf{r}}_i(n-1) + (1 - \alpha_r)y_i(n) \mathbf{y}_i^*(n)$
$\epsilon_i(n) = \frac{\xi}{2} \hat{\mathbf{r}}_i^T(n) \mathbf{y}_i(n)$
$\bar{e}_i(n) = e_i(n) + \epsilon_i(n)$
$\mathbf{w}_{fi}(n) = \mathbf{w}_{fi}(n-1) + \mu[\lambda_i(n) \mathbf{g}_i(n) - \bar{e}_i(n) \mathbf{u}^*(n)]$
$\mathbf{w}_{bi}(n) = [1 - \mu \lambda_i(n)] \mathbf{w}_{bi}(n-1) - \mu \bar{e}_i(n) \hat{\mathbf{a}}_{\Delta_i}^*(n)$ }

V. SIMULATION RESULTS

We consider 2-PAM signalling and a MIMO system with $N = 2$ sources and $L = 3$ sensors. Two channel models are assumed: a constant coefficient model (ch-1) $H_{i\ell}(z) = h_0^{i\ell} + h_1^{i\ell}z^{-1} + h_2^{i\ell}z^{-2}$, $i = 1, 2$, $\ell = 1, 2, 3$, shown in Table II and a time-varying model (ch-2) $H_{i\ell}(z, n) = h_0^{i\ell}(n) + h_1^{i\ell}(n)z^{-1} + h_2^{i\ell}(n)z^{-2}$, $i = 1, 2$, $\ell = 1, 2, 3$, whose coefficients are generated by passing Gaussian white noise through a second order Butterworth filter designed to simulate a fade rate of 0.1 Hz [11]. Throughout the simulations, $\lambda_0 = 2$, $\alpha_r = 0.999$, and $\alpha_f = 0.95$ are assumed. Furthermore, to maintain the same number of coefficients of MIMO-DFE and MIMO-LTE, we consider $M_f = 15$, $M_b = 6$ and $M = M_f + M_b = 21$. In this case, both schemes have the same complexity. Since blind algorithms are initialized, using one-tap initialization method [12], we introduce the following notation for the feedforward filters $(k_1; k_2; \dots; k_N)_{M_f}$, what means that the MIMO-DFE has N equalizers with M_f coefficients, and the i^{th} feedforward filter is initialized with the non-null element in the position k_i . If not mentioned otherwise, the feedback filters are initialized with null vectors.

In order to test the ability of the proposed algorithm to avoid degenerated solutions, we compare it to MU-CMA in the MIMO-DFE adaptation, considering a signal-to-noise ratio (SNR) of 30 dB and the channel 1. The feedback filters were initialized with $[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, what “forces” a degenerated

TABLE II
COEFFICIENTS OF CHANNEL 1.

$i\ell$	h_0	h_1	h_2
11	+0.43	+0.46	-0.30
21	+1.00	-1.85	+0.49
12	-0.37	-0.87	+0.15
22	+1.00	-1.60	+0.25
13	+0.61	+0.12	-0.24
23	+0.43	-0.52	+0.31

solution. Although these filters are initialized in practice with null vectors, the blind algorithms can converge to a situation like that. Figure 3 shows the output errors obtained after the decision device, and the decision based square error $SE_i = |y_i(n) - \hat{a}_i(n - \Delta_i)|^2$ of DFE-1 ($i = 1$). To facilitate the visualization, the curves were filtered by a moving-average filter with 512 coefficients. The behavior observed in the figure also occurs for DFE-2. We can observe that MU-CMA converges to a degenerated solution and the transmitted sequences are not recovered. On the other hand, the proposed algorithm avoids the degenerated solution, recovering the transmitted sequences.

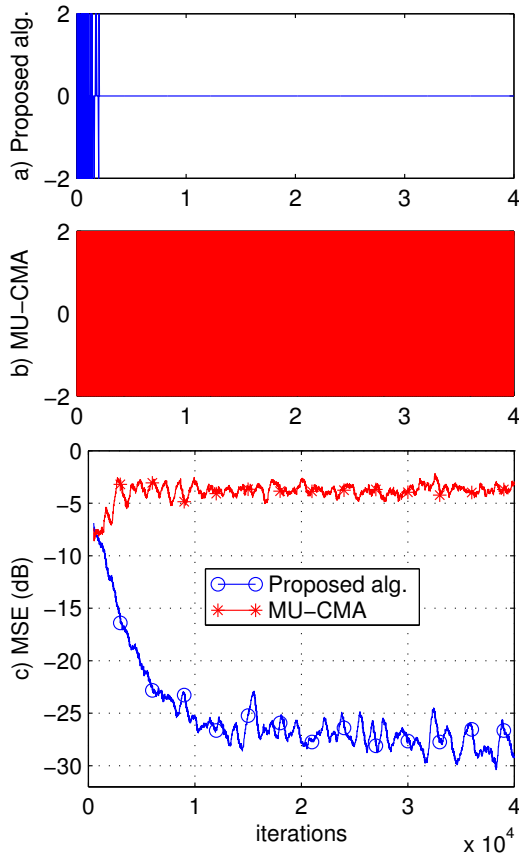


Fig. 3. DFE 1 output errors of a) MU-DFE-CMA-FB and b) MU-CMA; c) square error; $\mu = 0.001$; $\xi = 4$; $(12; 2)_{15}$; ch-1; SNR = 30 dB.

Figure 4 shows the decision based Mean Square Error $MSE = E\{|y(n) - \hat{a}(n - \tau_d)|^2\}$ for MIMO-DFE, adapted with MU-CMA-FB and the MU-LMS (Multiuser Least-Mean-Square) algorithm. The latter was considered as a perfor-

mance reference for the proposed algorithm. The MIMO-LTE adapted with MU-CMA is also considered. The algorithms were experimentally adjusted to reach the same MSE level after convergence. We assume channel 1 with SNR = 20 dB and an average of 50 experiments. For the equalizer-1, the algorithms show close performances. For the equalizer-2, MU-LMS presents the fastest convergence rate, followed by and MU-DFE-CMA-FB. In this case, MU-CMA has the lowest convergence rate.

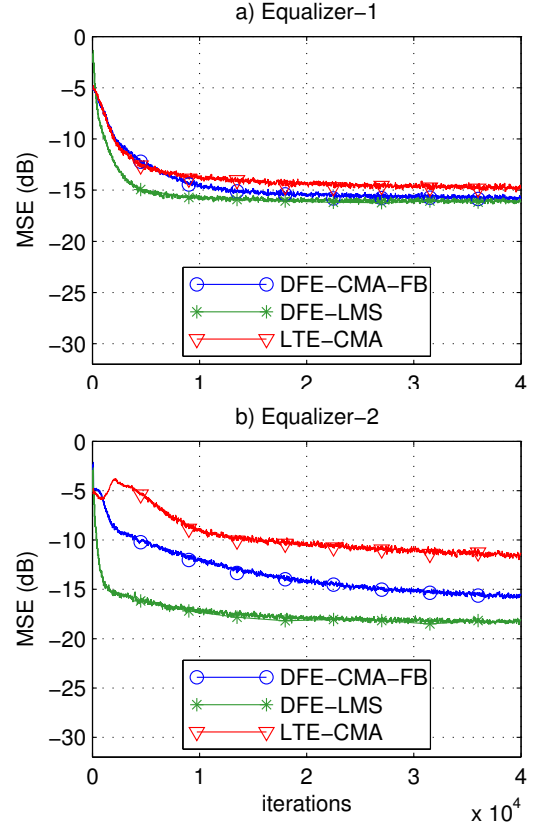


Fig. 4. Decision based MSE; average of 50 experiments; MIMO-DFE adapted with MU-DFE-CMA-FB ($\mu = 0.0005$, $(12; 2)_{15}$); MIMO-DFE adapted with MU-LMS ($\mu = 0.002$); MIMO-LTE adapted with MU-CMA ($\mu = 0.0005$, $(5; 7)_{21}$), $\xi = 1.5$; ch-1; SNR = 20 dB.

Figure 5 shows curves of measured Bit Error Rates (BER) for the equalizers after algorithm convergence, considering the channel 1. For the equalizer 1, MIMO-DFE adapted with MU-DFE-CMA-FB or MU-LMS present a close performance of that of MIMO-LTE adapted with MU-CMA. For equalizer-2, the performances of MU-DFE-CMA-FB and MU-LMS continue close, but are better than that of MIMO-LTE. Thus, in a difficult environment, MIMO-DFE can present better performance than MIMO-LTE. In this case, the proposed algorithm can be advantageous since it is blind, avoids degenerated solutions and can present a MU-LMS close performance.

Figure 6 shows the output error of equalizer-2 for MU-DFE-CMA-FB and MU-LMS in the adaptation of MIMO-DFE and MU-CMA in the adaptation of MIMO-LTE, considering time-varying channels (ch-2). The error bursts can be associated with rapid changes of the channels' zeros and deep spectral nulls. In this case, MIMO-DFE presents better tracking capa-

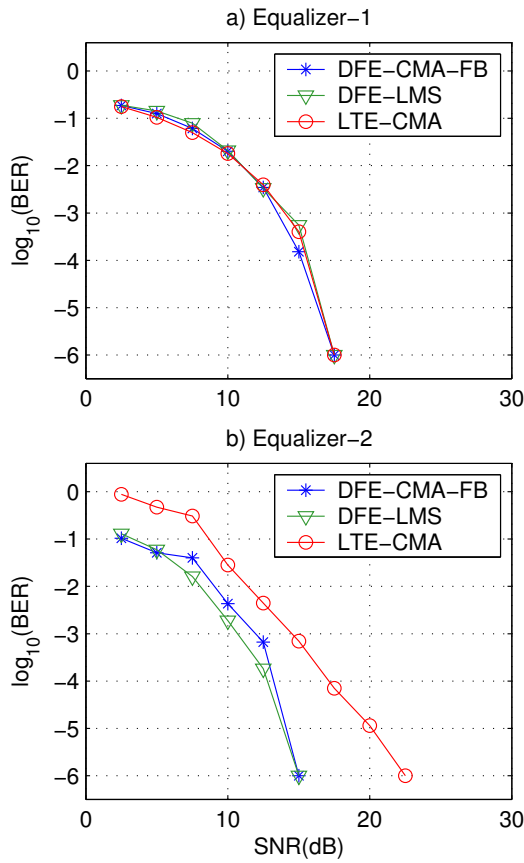


Fig. 5. Logarithm of BER for ch-1; MU-DFE-CMA-FB ((12; 2)₁₅); MU-CMA ((17; 19)₂₁).

bility than MIMO-LTE. The proposed algorithm has a behavior close to the supervised MU-LMS. The corresponding decision based square error curves are presented in Figure 6-d. Again, to facilitate the visualization, they were filtered by a moving-average filter with 512 coefficients. Note that the error bursts occur when SE is above -10 dB. For equalizer-1, MU-DFE-CMA-FB presents an intermediate behavior, being close to MU-CMA.

VI. CONCLUSIONS

The sufficient conditions for perfect equalization with MIMO-DFE were obtained. Although these conditions cannot be used directly in practice since the parameters K_c and Δ_i are unknown, they show that MIMO-DFE can achieve “eye opening” with finite-length filters. Moreover, the well-known condition of that the number of sensors must be greater than the number of sources was confirmed. We also proposed an extension of DFE-CMA-FB for blind adaptation of MIMO-DFE. The resulting algorithm avoids degenerated solutions and simultaneously recovers all the sources. Through simulations, we observed that, in difficult environments, it can have a behavior better than MU-CMA in the adaptation of MIMO-LTE, presenting faster convergence, better tracking capability, and a performance close to that of supervised MU-LMS.

REFERENCES

[1] L. L. Szczecinski and A. Gei, “Blind decision feedback equalisers, how to avoid degenerative solutions,” *Signal Processing*, vol. 82, pp. 1675-1693, 2002.

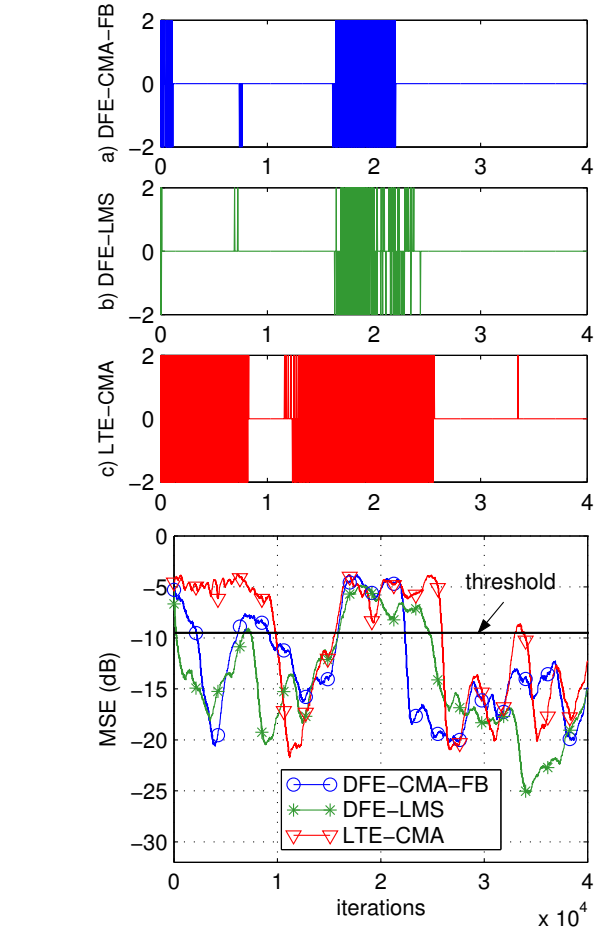


Fig. 6. Equalizer-2 output errors of a) MIMO-DFE adapted with MU-DFE-CMA-FB ($\mu = 0.0075$, (10; 3)₁₅), b) MIMO-DFE adapted with MU-LMS ($\mu = 0.01$), c) MIMO-LTE adapted with MU-CMA ($\mu = 0.01$, (5; 7)₂₁), d) square error; $\xi = 4$; ch-2; SNR = 30 dB.

- [2] D. N. Godard, “Self-recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication system,” *IEEE Transactions on Communications*, v. COM-28, pp. 1867-1875, Nov. 1980.
- [3] C. B. Papadimas and A. Paulraj, “Decision-feedback equalization and identification of linear channels using blind algorithms of the bussgang type,” *Proc. of ASIOMAR-29*, pp. 335-340, Pacific Grove, Oct. 1995.
- [4] L. Tong and D. Liu, “Blind predictive decision-feedback equalization via the constant modulus algorithm,” *Proceedings of ICASSP'97*, pp. 3901-3904, Munich, Apr. 1997.
- [5] J. Labat, O. Macchi, and C. Laout, “Adaptive decision feedback equalization: can you skip the training period?,” *IEEE Transactions on Communications*, v. 46, pp. 921-930, July 1998.
- [6] R. A. Casas et al., “On initialization strategies for blind adaptive DFEs,” *Proceedings of WCNC'99*, vol. 2, pp. 792-796, New Orleans, Sept. 1999.
- [7] C. B. Papadimas and A. J. Paulraj, “A constant modulus algorithm for multiuser signal separation in presence of delay spread using antenna arrays,” *IEEE Signal Process. Letters*, vol. 4, pp. 178-181, June 1997.
- [8] Y. Luo and J. A. Chambers, “Steady-state mean-square error analysis of the cross-correlation and constant modulus algorithm in a MIMO convolutive system,” *IEE Proceedings - Vision, Image, and Signal Processing*, vol. 149, pp. 196-203, Aug. 2002.
- [9] J. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, New York, 1995.
- [10] A. J. Paulraj and C. B. Papadimas, “Space-time processing for wireless communications,” *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 49-83, Nov. 1997.
- [11] T. Shimamura and C. F. N. Cowan, “Equalisation of time variant multipath channels using amplitude banded techniques,” *Proc. ICASSP*, pp. 2497-2500, Munich, Apr. 1997.
- [12] Y. Li and Z. Ding, “Convergence analysis of finite length blind adaptive equalizers,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, n.9, pp. 2120-2129, Sept. 1995.